



Fisika Terapan

Fisika Terapan ini dimaksudkan untuk membekali pembaca agar dapat memahami konsep dan hukum-hukum

TAKAAN
PAN
TIMUR

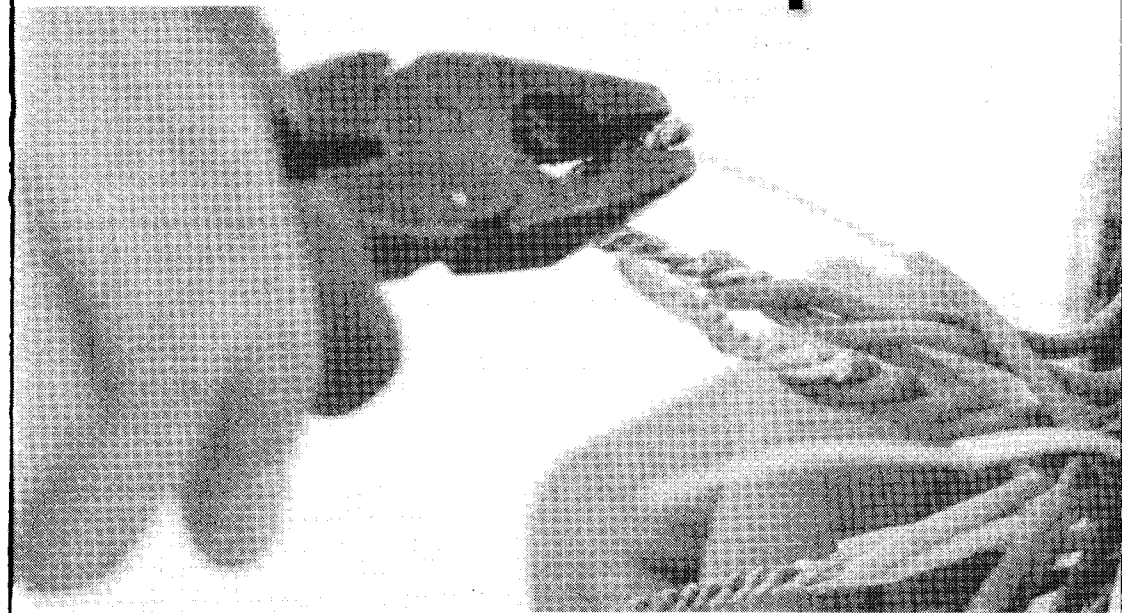
elistrikan dan kemagnetan dapat menerjemahkannya rasional ke dalam pemecahan h secara praktis yang nantinya ungan dengan masalah an.

Dr. Nanang Arif Guntoro, M.Si.

Dr. Nanang Arif Guntoro, M.Si.

STAMP: FISIKALAM 11/2013

Fisika Terapan



Fisika Terapan



RR.PK0218-01-2013

Penulis Dr. Nanang Arif Guntoro, M.Si.
Editor Nita Nur Muliawati
Desainer sampul Guyun Slamet
Layout Deni Agus Saputra

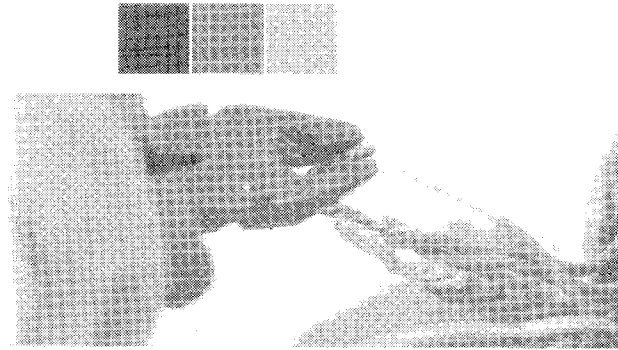
Diterbitkan oleh **PT REMAJA ROSDAKARYA**
Jln. Ibu Inggit Garnasih No. 40
Bandung 40252
Tlp. (022) 5200287
Fax. (022) 5202529
e-mail: rosdakarya@rosda.co.id
www.rosda.co.id

Anggota Ikapi
Cetakan pertama, Januari 2013

Hak cipta dilindungi undang-undang pada Penulis

ISBN 978-979-692-129-4

Dicetak oleh PT Remaja Rosdakarya Offset - Bandung



Kata Pengantar

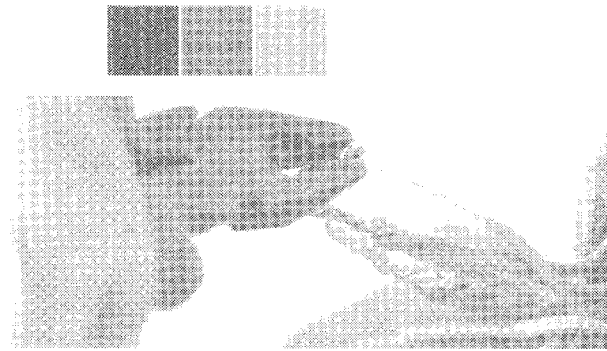
FISIKA TERAPAN merupakan salah satu mata kuliah yang sangat penting bagi pembaca sebab menjadi landasan dalam memahami ilmu-ilmu kelistrikan. Dalam upaya memahami ilmu kelistrikan tersebut diperlukan buku ajar yang mudah dipahami untuk meningkatkan proses maupun hasil pembelajaran dan dapat menjadi buku sumber.

Buku Fisika Terapan ini disajikan dengan metode pembelajaran yang dapat mengembangkan kemampuan kognitif dan kompetensi. Dengan pemecahan analisis soal-soal yang diberikan, penulis berharap dapat lebih mencerna, memahami, dan menerapkan konsep-konsep sains dalam kehidupan keseharian. Dengan demikian, dapat mengembangkan kreativitas dan potensi yang dimilikinya.

Ungkapan terima kasih disampaikan kepada berbagai pihak yang telah membantu tersusunnya buku Fisika Terapan ini, khususnya kepada lembaga Universitas Negeri Jakarta dan Prof. Dr. Hj. Hartati, M.Pd yang telah menyediakan waktunya untuk buku ajar ini. Ibarat tiada gading yang tak retak, selanjutnya penulis menantikan kritik dan saran membangun dari para pemakai buku ajar ini.

Jakarta, Januari 2013

Penulis



Daftar Isi

Kata Pengantar — iii

Daftar Isi — v

Bab 1 Besaran dan Sistem Satuan — 1

A. Besaran — 2

B. Sistem Satuan — 2

C. Dimensi Besaran — 3

D. Vektor — 3

Soal Uji Kompetensi — 12

Kunci Jawaban — 13

Bab 2 Medan Listrik — 15

A. Hukum Coulomb — 16

B. Medan Listrik — 22

C. Gerak Partikel Bermuatan Dalam Medan Listrik — 32

D. Hukum Gauss — 35

E. Konduktor Dalam Keseimbangan Elektrostatik — 43

Soal Uji Kompetensi — 47

Kunci Jawaban — 49

Bab 3 Potensial Listrik — 53

A. Potensial Listrik — 54

B. Kapasitansi — 74

C. Dielektrik — 87

Soal Uji Kompetensi — 99

Kunci Jawaban — 104

Bab 4 Arus Listrik Searah — 111

A. Arus Listrik dan Tahanan Listrik — 112

B. Rangkaian Arus Searah — 123

C. Hukum Kirchoff — 132

D. Rangkaian R-C — 139

Soal Uji Kompetensi — 145

Kunci Jawaban — 149

Bab 5 Medan Magnet — 153

A. Induksi Magnetik — 154

B. Hukum Biot-Savart — 154

C. Hukum Ampere — 162

D. Gaya Magnet Pada Muatan Bergerak — 168

E. Sifat Magnetik Bahan — 183

Soal Uji Kompetensi — 186

Kunci Jawaban — 191

Bab 6 Gaya Gerak Listrik Induksi — 197

A. Hukum Faraday Dan Lenz — 198

B. Penggunaan GGL Induksi — 209

C. Medan Listrik Induksi — 212

D. Induktansi — 215

E. Rangkaian R-L — 220

F. Energi Magnet dalam Induktor — 222

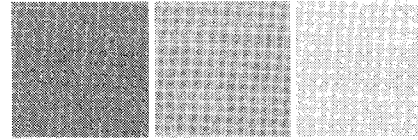
Soal Uji Kompetensi — 226

Kunci Jawaban — 230

Glosarium — 233

Daftar Pustaka — 239

Tentang Penulis — 241



Bab 1



Besaran dan Sistem Satuan

Kompetensi Dasar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan mampu: memahami besaran fisis dan sistem satuan; dan vektor sebagai dasar matematik untuk memecahkan persoalan fisis.

Indikator Hasil Belajar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan mampu: menjelaskan besaran skalar dan besaran vektor; besaran pokok, besaran turunan dan besaran satuan dan dimensi; sistem-sistem satuan; menggambarkan persoalan fisis dalam bentuk vektor; dan operasi vektor.

A. Besaran

Dalam ilmu fisika, besaran-besaran dapat dinyatakan dengan besaran lain yang lebih sederhana, misalnya besaran gaya dinyatakan dengan besaran massa, panjang, dan waktu. Ketiga besaran tersebut tidak dapat dinyatakan dengan besaran lain yang lebih sederhana. Besaran massa, panjang, dan waktu dinamakan besaran pokok (besaran dasar), sedangkan besaran-besaran lain dinamakan besaran turunan.

B. Sistem Satuan

Pengukuran terhadap sifat-sifat fisis dilakukan dengan membandingkan besaran yang akan diukur dengan suatu besaran standar yang dinyatakan dengan bilangan dan satuannya. Besaran standar hanya diberikan untuk *besaran pokok* saja. Besaran-besaran pokok yang diakui berdasarkan perjanjian internasional beserta satuannya (Sistem Internasional atau SI) tercantum dalam Tabel 1.1 berikut.

Tabel 1.1 Besaran pokok SI dan satuannya

Besaran	Satuan	Simbol
Panjang	meter	m
Massa	kilogram	kg
Waktu	sekon atau detik	s
Arus listrik	ampere	A
Temperatur	kelvin	K
Jumlah zat	mole	mol
Intensitas cahaya	kandela	cd

Besaran Tambahan SI dan satuannya

Besaran	Satuan	Simbol
Sudut datar	radian	rad
Sudut ruang	steradian	sterad

Selain sistem SI, ada beberapa sistem satuan lain yang sering digunakan di antaranya yang tercantum dalam Tabel 1.2 berikut.

Tabel 1.2 Besaran dan satuan dalam sistem di luar SI

Sistem satuan	Panjang	Waktu	Massa	Gaya
Dinamis besar (mks)	M	s	kg	newton
Dinamis kecil (cgs)	cm	s	gr	dyne
Inggris absolut	ft	s	lbm	pdl
Inggris teknik	ft	s	slug	lbf

C. Dimensi Besaran

Dalam fisika, kata “dimensi” mempunyai arti yang khusus. Dimensi digunakan untuk menunjukkan besaran fisis secara kualitatif, misalnya jarak yang diukur dengan satuan meter atau feet (ft), dikatakan bahwa jarak tersebut mempunyai dimensi panjang.

Dalam mekanika, semua besaran dapat dinyatakan dengan besaran pokok yaitu panjang, massa, dan waktu. Panjang dimensinya $[L]$, massa $[M]$, waktu $[T]$, sedangkan besaran yang lain dapat dinyatakan dengan menggabungkan ketiga dimensi tersebut.

$$\text{Dimensi kecepatan} = \frac{\text{Dimensi panjang}}{\text{Dimensi waktu}} = \frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1}$$

Seringkali hasil pengamatan terhadap peristiwa fisis yang dinyatakan dalam persamaan yang rumit dapat diuji kebenarannya secara kualitatif dengan metode analisis dimensi.

Contoh, persamaan gaya adalah:

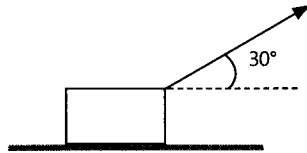
$$F = ma \quad \text{atau} \quad F = kx \quad \text{atau} \quad F = mg$$

Apapun bentuk persamaannya, gaya harus mempunyai dimensi $[MLT^{-2}]$. Dengan kata lain, besaran yang mempunyai dimensi $[MLT^{-2}]$ adalah gaya.

D. Vektor

Besaran fisika yang mempunyai besar saja disebut *besaran skalar*, misalnya: laju, volume, massa, dan sebagainya. Besaran yang mempunyai besar dan arah disebut *besaran vektor*, misalnya percepatan, kecepatan, gaya, momentum, dan sebagainya. Besaran

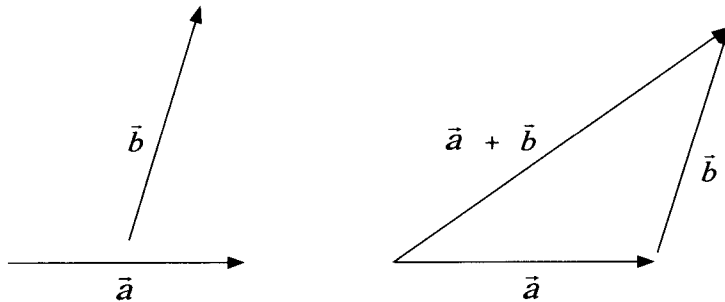
vektor dapat digambarkan dengan sebuah anak panah yang panjangnya sebanding dengan besarnya, sedangkan arah anak panah menyatakan arah dari besaran vektor tersebut. Gambar 1.1 merupakan sebuah contoh vektor sebesar 40 N dan arahnya 30° terhadap horizontal.



Gambar 1.1 Gaya sebesar 40 N berarah 30° terhadap horizontal

1. Penjumlahan Vektor

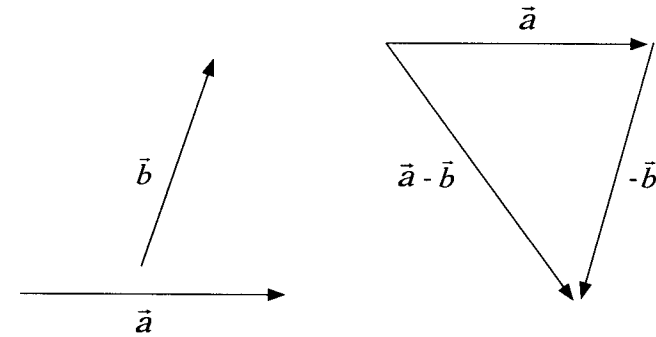
Pada penjumlahan beberapa vektor secara grafis, yang harus diingat bahwa vektor boleh digeser kemanapun asal besar dan arahnya tidak boleh berubah. Misalkan pada penjumlahan vektor \vec{a} dan \vec{b} (lihat gambar 1.2), vektor \vec{b} dapat digeser sejajar dengan dirinya sehingga pangkalnya berimpit dengan ujung vektor \vec{a} . Vektor $\vec{a} + \vec{b}$ adalah vektor dari pangkal \vec{a} ke ujung \vec{b} .



Gambar 1.2 Penjumlahan dua vektor

2. Pengurangan Vektor

Pengurangan dua vektor sama dengan penjumlahan dengan vektor negatifnya. Vektor negatif adalah vektor yang besarnya sama tetapi arahnya berlawanan. Misalnya $\vec{a} - \vec{b}$ dapat ditulis $\vec{a} + (-\vec{b})$.



Gambar 1.3 Pengurangan dua vektor

3. Perkalian Vektor

a. Perkalian Vektor dengan Skalar

Perkalian vektor dengan skalar hasilnya adalah vektor. Misalnya vektor a yang dikalikan dengan skalar m akan menghasilkan sebuah vektor yang besarnya ma dan arahnya searah vektor a . Perkalian vektor dengan skalar ini bersifat komutatif.

b. Perkalian Skalar dari Dua Vektor

Perkalian skalar dari dua vektor \vec{a} dan \vec{b} hasilnya skalar dan didefinisikan sebagai:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \quad [1.1]$$

di mana θ adalah sudut yang terbentuk antara vektor \vec{a} dan \vec{b}

$$|\vec{a}| = \text{besarnya vektor } \vec{a}$$

$$|\vec{b}| = \text{besarnya vektor } \vec{b}$$

Perkalian skalar dari dua vektor ini disebut juga *perkalian titik* atau *dot product* yang bersifat komutatif:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

c. Perkalian Vektor dari Dua Vektor

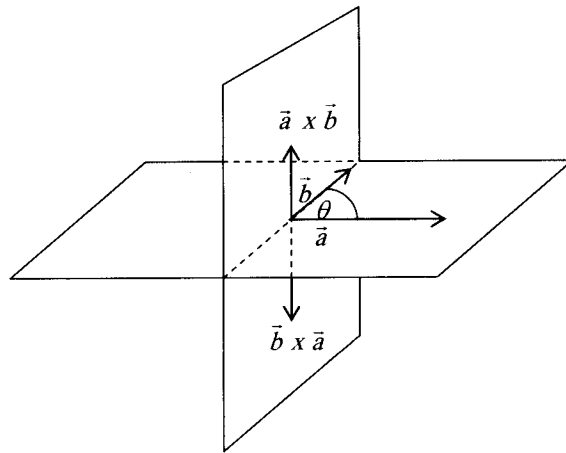
Perkalian vektor dari dua vektor \vec{a} dan \vec{b} didefinisikan sebagai:

$$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \quad [1.2]$$

di mana θ adalah sudut yang dibentuk antara vektor a dan b .

Perkalian vektor dari dua vektor ini disebut juga *perkalian silang* atau *cross product*, dan hasilnya adalah vektor yang besarnya $|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$, sedangkan arahnya sesuai dengan arah maju sekrup kanan bila diputar dari \vec{a} menuju \vec{b} melalui sudut terkecil (lihat gambar 1.4). Perkalian jenis ini tidak bersifat komutatif:

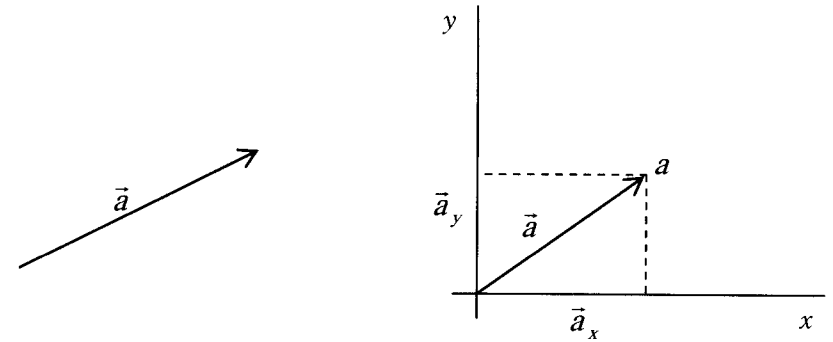
$$\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}.$$



Gambar 1.4 Perkalian vektor dari dua vektor

4. Komponen Vektor dan Vektor Satuan

Setiap vektor dapat diuraikan menjadi beberapa komponen vektor menurut arah sumbu-sumbu koordinat. Sebagai contoh, perhatikan vektor a dalam bidang datar yang akan diuraikan menjadi komponen-komponennya (lihat gambar 1.5).



Gambar 1.5a Komponen-komponen vektor pada sumbu koordinat $x - y$

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y \quad [1.3a]$$

di mana \vec{a}_x adalah komponen vektor a ke arah sumbu x ;

$$|\vec{a}_x| = a \cos \theta$$

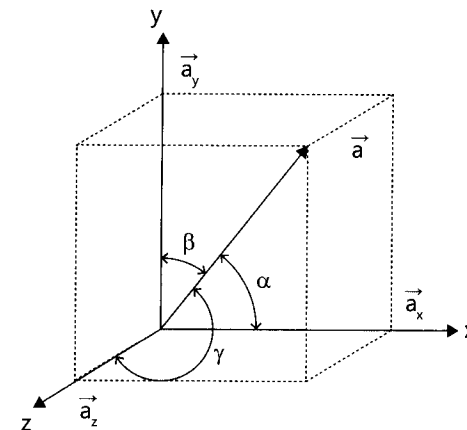
di mana \vec{a}_y adalah komponen vektor a ke arah sumbu y ;

$$|\vec{a}_y| = a \sin \theta$$

Besarnya vektor \vec{a} :

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad [1.3b]$$

Arah vektor \vec{a} , membentuk sudut θ dengan sumbu x :



Gambar 1.5b Komponen-komponen vektor pada sumbu koordinat $x - y - z$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{|\vec{a}_y|}{|\vec{a}_x|} \dots\dots\dots [1.3c]$$

Pada koordinat $x y z$, vektor \vec{a} dapat diuraikan menurut arah komponen-komponen $\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z$, dimana:

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z \dots\dots\dots [1.4a]$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_x|^2 + |\vec{a}_y|^2 + |\vec{a}_z|^2} \dots\dots\dots [1.4b]$$

Arah vektor \vec{a} membentuk sudut α, β , dan γ berturut-turut dengan sumbu x, y , dan z , dengan:

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \quad \cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} \quad \cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|} \dots\dots\dots [1.4b]$$

Hubungan α, β dan γ memenuhi:

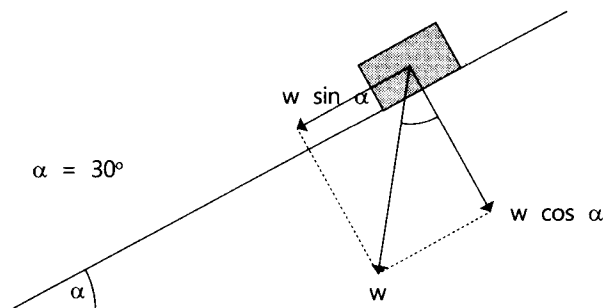
$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

di mana vektor \vec{a}_x, \vec{a}_y , dan \vec{a}_z adalah komponen vektor \vec{a} pada sumbu x, y , dan z .

Contoh 1.1

Sebuah benda yang beratnya 200 N meluncur di atas bidang miring 30° terhadap bidang horizontal. Tentukan komponen-komponen gaya beratnya yang sejajar dan tegak lurus terhadap bidang miring.

Penyelesaian:



Komponen yang sejajar bidang miring:

$$\begin{aligned} F_1 &= W \sin \alpha \\ &= 200 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 100 \text{ N} \end{aligned}$$

Komponen yang tegak lurus bidang miring:

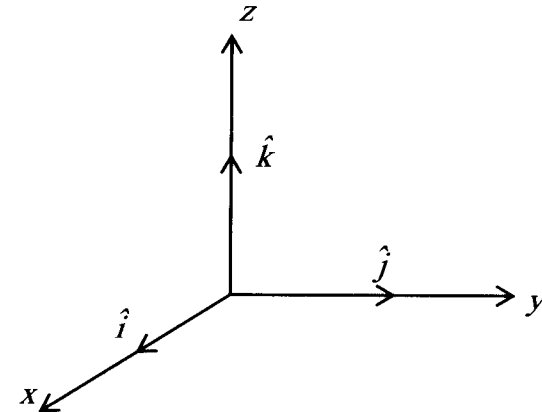
$$\begin{aligned} F_2 &= W \cos \alpha \\ &= 200 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ \\ &= 100\sqrt{3} \text{ N} \end{aligned}$$

Vektor dapat ditulis dalam bentuk **vektor satuan** yaitu vektor yang besarnya satu satuan dan arahnya searah dengan vektor yang dikehendaki. Dalam koordinat kartesian vektor-vektor satuan ditulis sebagai berikut:

Vektor satuan ke arah sumbu x notasinya \hat{i}

Vektor satuan ke arah sumbu y notasinya \hat{j}

Vektor satuan ke arah sumbu z notasinya \hat{k}



Gambar 1.6 Vektor satuan dalam koordinat kartesian

Jadi vektor \vec{a} yang berada dalam bidang seperti nampak pada gambar 1.5 dapat ditulis:

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$

dengan $a_x = a \cos \theta$ dan $a_y = a \sin \theta$.

Demikian juga penulisan vektor yang berada dalam ruang:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

dimana \vec{a}_x , \vec{a}_y , dan \vec{a}_z berturut-turut merupakan komponen vektor \vec{a} ke arah sumbu x , y , z . Selanjutnya operasi-operasi vektor mengikuti hukum-hukum aljabar vektor, misalnya:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

Pada penjumlahan vektor:

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j} + (a_z + b_z) \vec{k} \quad [1.5]$$

Pada selisih vektor:

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x) \vec{i} + (a_y - b_y) \vec{j} + (a_z - b_z) \vec{k} \quad [1.6]$$

Pada perkalian vektor dengan skalar:

$$m\vec{a} = (ma_x) \vec{i} + (ma_y) \vec{j} + (ma_z) \vec{k} \quad [1.7]$$

Pada perkalian skalar dari dua vektor:

Ketiga unit saling tegak lurus, sehingga $i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$ dan $i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$, sehingga:

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) \\ &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \end{aligned}$$

Pada perkalian vektor dari dua vektor:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \times (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k} \end{aligned}$$

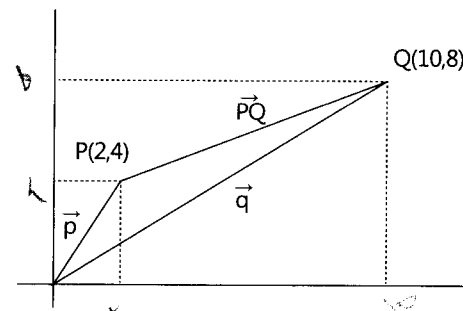
karena $i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$ dan $i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$. Perkalian vektor jenis ini dapat juga diselesaikan secara determinan:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k} \end{aligned}$$

Contoh 1.2

Sebuah benda bergerak dari titik P (2,4) ke titik Q (10,8). Hitunglah besar dan arah perpindahan benda tersebut.

Penyelesaian:



$$\vec{p} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\vec{q} = 10\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\begin{aligned} \vec{PQ} &= \vec{q} - \vec{p} \\ &= (10 - 2)\vec{i} + (8 - 4)\vec{j} \\ &= 8\vec{i} + 4\vec{j} \end{aligned}$$

$$\text{Besar perpindahan: } |\vec{PQ}| = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 8,94$$

$$\text{Arah perpindahan: } \theta = \arctan \frac{4}{8} = \arctan \frac{1}{2} = 26,57^\circ$$

Contoh 1.3

Sebuah benda bermassa 30 kg bergerak dengan percepatan 4 m/det², arahnya mengapit sudut 60°, 45°, dan 60° berturut-turut terhadap sumbu x , y dan z . Hitung gaya yang dialami benda tersebut bila gaya sebuah benda didefinisikan sebagai perkalian massa dengan percepatan benda.

Penyelesaian:

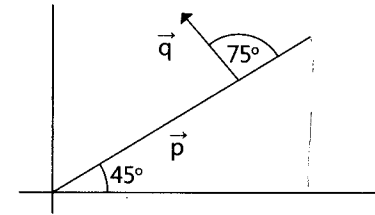
$$\begin{aligned}\text{Gaya} &= \overline{ma} \\ &= m(a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \\ &= 30[4 \cos 60^\circ \hat{i} + 4 \cos 45^\circ \hat{j} + 4 \cos 30^\circ \hat{k}] \\ &= [60 \hat{i} + 60\sqrt{2} \hat{j} + 60\sqrt{3} \hat{k}] \text{N}\end{aligned}$$

Soal Uji Kompetensi

1. Sebutkan tiga macam besaran skalar dengan satuan dan dimensinya.
2. Sebutkan tiga macam besar vektor dengan satuan dan dimensinya.
3. Sebuah kapal bergerak ke utara dengan kecepatan 18 km/jam. Seorang pelaut kapal itu mengukur angin dan ternyata angin tersebut ke arah barat dengan kecepatan 250 cm/det. Tentukan: (a) Kecepatan kapal terhadap bumi, dan (b) Arahnya terhadap garis Utara – Selatan.
4. Diketahui vektor: $\vec{p} = 8\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$
 $\vec{q} = -2\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k}$

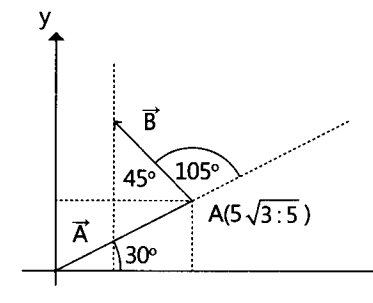
Tentukan:

- a. $\vec{p} + \vec{q}$
 - b. $\vec{p} - \vec{q}$
 - c. vektor \vec{r} sehingga $\vec{p} + \vec{q} + \vec{r} = 0$
5. Diketahui vektor:
 $\vec{p} = 20$ satuan dan $\vec{q} = 10$ satuan dengan kedudukan seperti berikut ini:



Tentukan: (a). $\vec{p} \times \vec{q}$ dan (b). $\vec{p} \cdot \vec{q}$

6. Jika diberikan dua vektor seperti gambar dibawah ini yang besarnya sama, yaitu 10 satuan.



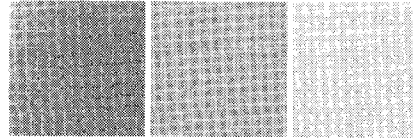
Tentukan: (a). $\vec{a} \cdot \vec{b}$ dan (b). $\vec{b} \times \vec{a}$

Kunci Jawaban

1. Massa dimensinya $[M]$, waktu $[T]$, volume $[L^3]$ dan sebagainya.
2. Kecepatan dimensinya $[LT^{-1}]$, percepatan $[LT^{-2}]$, gaya $[MLT^{-2}]$ dsb.
3. (a). $2,5 \vec{A}$ m/det
(b). $26,565^\circ$
4. (a). $6\hat{i} - 4\hat{j} + 10\hat{k}$
(b). $10\hat{i} - 8\hat{j} - 6\hat{k}$
(c). $-6\hat{i} + 4\hat{j} - 10\hat{k}$
5. (a). 193,185
(b). - 51,764
6. (a). -26
(b). $97\hat{k}$

Petunjuk:

Tentukan dahulu sudut yang dibentuk oleh vektor \vec{A} dan vektor \vec{B} .



Bab 2



Medan Listrik

Kompetensi Dasar:

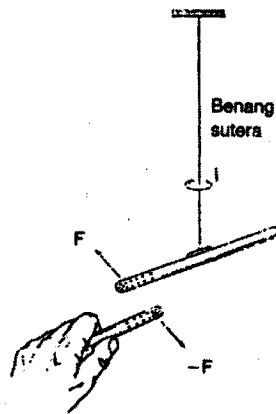
Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan dapat memahami konsep medan listrik dan memecahkan persoalan-persoalan kuat medan listrik.

Indikator Hasil Belajar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan dapat menjelaskan prinsip hukum Coulomb; menghitung gaya pada sebuah muatan listrik oleh muatan listrik yang lain; menjelaskan pengertian kuat medan listrik; menghitung kuat medan listrik pada suatu titik oleh muatan listrik maupun oleh muatan terdistribusi; memahami perilaku muatan titik yang berada dalam medan listrik; menjelaskan prinsip hukum Gauss; dan menghitung kuat medan listrik dengan hukum Gauss.

A. Hukum Coulomb

Sebelum membicarakan hukum Coulomb, akan dijelaskan terlebih dahulu tentang muatan listrik. Perhatikan gambar 2.1, sebuah batang gelas yang telah digosok dengan sutra digantungkan pada seutas benang. Jika batang gelas lain yang telah digosok dengan sutra didekatkan pada batang gelas pertama, ternyata kedua batang gelas tersebut saling tolak-menolak. Sebaliknya, bila yang didekatkan sebuah batang plastik yang telah digosok dengan bulu, ternyata kedua batang tersebut saling tarik-menarik.



Gambar 2.1 Dua batang gelas bermuatan positif akan saling tolak-menolak

Gejala di atas dapat dijelaskan dengan menggunakan konsep muatan listrik. Dari gejala tersebut, jelas terdapat dua jenis muatan listrik. Benyamin Franklin (1706-1790) menamakan jenis muatan listrik yang ada pada gelas sebagai muatan positif dan jenis muatan listrik yang ada pada plastik sebagai muatan negatif. Dari eksperimen tersebut disimpulkan bahwa muatan sejenis tolak-menolak dan muatan yang tidak sejenis tarik-menarik. Efek-efek listrik tidak terbatas pada gelas yang digosok dengan sutra atau plastik yang digosok dengan bulu. Setiap zat yang digosok dengan zat lain dengan kondisi-kondisi yang sesuai akan menjadi bermuatan dengan jumlah muatan tertentu.

JJ. Thomson dalam percobaannya menemukan elektron. Robert Andrews Millikan dalam percobaannya yang dikenal dengan percobaan tetes cairan berhasil mengukur besarnya muatan elektron dan menyatakan bahwa tidak ada muatan lain yang lebih kecil daripada

muatan elektron. Semua muatan selalu merupakan kelipatan bulat muatan elektron. Kenyataan ini dinamakan **kuantisasi muatan** dan muatan elektron dinamakan **muatan elementer**. Jika muatan dinyatakan dalam satuan Coulomb (C), maka besar muatan elementer adalah $1,6 \times 10^{-19} \text{C}$.

Niels Bohr dalam teori atomnya mengemukakan bahwa atom terdiri atas inti atom bermuatan positif yang dikelilingi oleh elektron-elektron bermuatan negatif menurut lintasan-lintasan tertentu. Pada atom netral, jumlah muatan positif pada inti sama dengan jumlah muatan negatif elektron-elektron. Jika atom kehilangan satu atau lebih elektron, maka atom bermuatan positif dan dinamakan ion positif, sebaliknya bila atom menerima satu atau lebih elektron, maka atom bermuatan negatif dan dinamakan ion negatif.

Sejumlah elektron bahan-bahan seperti besi, tembaga, perak, dan sebagainya dapat bergerak bebas tanpa terikat pada atom. Bahan-bahan semacam ini dinamakan dengan konduktor dan elektron-elektron yang bergerak bebas dinamakan elektron bebas. Sebaliknya, bahan-bahan seperti kaca, karet, plastik dan sebagainya tidak memiliki elektron bebas. Bahan semacam ini dinamakan isolator (dielektrik).

Fisikawan Perancis, Charles Augustin de Coulomb (1785) melakukan penelitian tentang gaya listrik pada partikel bermuatan listrik (sering juga dinamakan muatan titik) oleh muatan titik yang lain. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa gaya listrik tersebut:

- sebanding dengan hasil kali muatan q_1 dan q_2 kedua muatan,
- berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kedua muatan,
- bekerja pada garis hubung antara kedua muatan, dan
- tarik menarik bila kedua muatan tidak sejenis dan tolak-menolak bila kedua muatan sejenis.

Hasil penelitian tersebut dinamakan dengan hukum Coulomb. Secara matematis hukum Coulomb dinyatakan dengan:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \dots\dots\dots [2.1]$$

di mana k adalah tetapan perbandingan yang besarnya tergantung pada sistem satuan yang digunakan. Pada sistem SI, gaya dalam Newton (N), jarak dalam meter (m), muatan dalam Coulomb (C), dan k mempunyai nilai:

$$k = 8,9875 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

Dalam perhitungan untuk soal-soal buku ini, digunakan:

$$k = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

Konstanta sering dihubungkan dengan konstanta lain (ϵ_0) melalui persamaan:

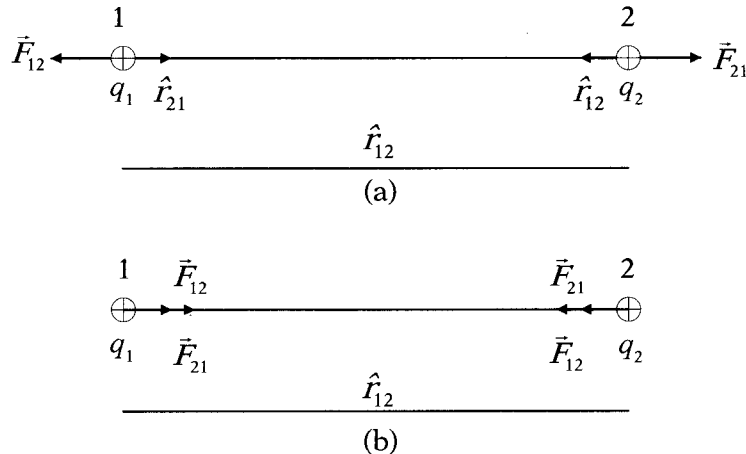
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

ϵ_0 dinamakan permitivitas hampa dan mempunyai harga:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Gaya listrik merupakan besaran vektor, maka hukum Coulomb bila dinyatakan dengan notasi vektor menjadi:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \dots\dots\dots [2.2]$$



Gambar 2.2 (a) Gaya antara muatan titik yang sejenis
(b) Gaya antara dua muatan titik yang tidak sejenis

Keterangan:

\vec{F}_{12} adalah gaya pada muatan titik (1) dan muatan titik (2),

\vec{F}_{21} adalah gaya pada muatan titik (2) dan muatan titik (1),

q_1 adalah besar muatan titik (1),

q_2 adalah besar muatan titik (2),

r_{12} adalah jarak antara kedua muatan titik,

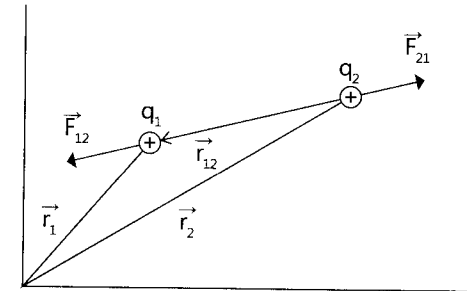
\hat{r}_{12} adalah vektor satuan yang arahnya dari muatan (2) ke muatan (1), dan

\hat{r}_{21} adalah vektor satuan yang arahnya dari muatan (1) ke muatan (2).

Contoh 2.1

Muatan titik q_1 dan q_2 terletak pada bidang XOY dengan koordinat berturut-turut (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) , seperti diperlihatkan pada gambar 2.3.

- Tentukan gaya pada muatan q_1 oleh muatan q_2 .
- Tentukan gaya pada muatan q_2 oleh muatan q_1 .



Gambar 2.3 Posisi muatan dan gaya-gaya dalam notasi vektor

Penyelesaian:

Gaya pada muatan q_1 dan q_2 :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{r}_{12} = (x_1 - x_2)\hat{i} + (y_1 - y_2)\hat{j}$$

$$r_{12} = |\vec{r}_{12}| = [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{1/2}$$

$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} = \frac{(x_1 - x_2)\hat{i} + (y_1 - y_2)\hat{j}}{[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{1/2}}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(x_1 - x_2)\hat{i} + (y_1 - y_2)\hat{j}}{[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{3/2}}$$

Gaya pada muatan q_2 oleh muatan q_1 :

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \vec{r}_{21}$$

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\vec{r}_{12} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}$$

$$r_{21} = |\vec{r}_{21}| = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{1/2}$$

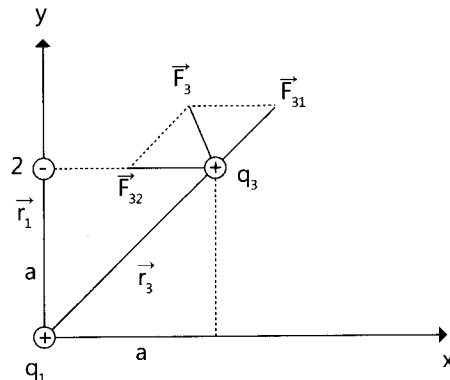
$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|} = \frac{(x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}}{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{1/2}}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}}{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{3/2}}$$

Dari hasil hitungan tersebut dapat dilihat bahwa $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Contoh 2.2

Tiga muatan listrik terletak pada bidang XOY seperti ditunjukkan pada gambar 2.4. Diketahui $q_1 = q_3 = 5 \mu\text{C}$, $q_2 = -2 \mu\text{C}$, dan $a = 0,1 \text{ m}$. Hitunglah besar dan arah gaya pada muatan q_3 .



Gambar 2.4 Gaya pada q_3 oleh q_1 dan q_2

\vec{F}_{31} = gaya pada muatan q_3 oleh muatan q_1

\vec{F}_{32} = gaya pada muatan q_3 oleh muatan q_2

\vec{F}_3 = gaya resultan pada muatan q_3

Penyelesaian:

Dari gambar 2.4 dapat ditentukan:

$$\vec{r}_1 = \vec{0}$$

$$\vec{r}_2 = a \hat{j}$$

$$\vec{r}_3 = a \hat{i} + a \hat{j}$$

sehingga:

$$\vec{r}_{31} = \vec{r}_3 - \vec{r}_1$$

$$\vec{r}_{31} = a \hat{i} + a \hat{j}$$

$$r_{31} = |\vec{r}_{31}| = a\sqrt{2}$$

$$\hat{r}_{31} = \frac{\vec{r}_{31}}{|\vec{r}_{31}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j})$$

$$\vec{F}_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} \hat{r}_{31}$$

$$\vec{F}_{31} = (9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}) \frac{(5 \cdot 10^{-6} \text{C})(5 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(a\sqrt{2})^2} \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j})$$

$$\vec{F}_{31} = \frac{11,25}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j}) \text{ N}$$

$$\vec{F}_{32} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3 q_2}{r_{32}^2} \hat{r}_{32}$$

$$\vec{F}_{32} = (9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}) \frac{(5 \cdot 10^{-6} \text{C})(-2 \cdot 10^{-6} \text{C})}{a^2} \hat{i}$$

$$\vec{F}_{32} = -9,0 \hat{i} \text{ N}$$

Gaya listrik total pada q_3 oleh q_1 dan q_2 :

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}$$

$$\vec{F}_3 = (\frac{11,25}{\sqrt{2}} - 9,0)\hat{i} + \frac{11,25}{\sqrt{2}}\hat{j}$$

$$\vec{F}_3 = (-1,05\hat{i} + 7,95\hat{j}) \text{ N}$$

Besar gaya pada q_3 adalah:

$$F_3 = |\vec{F}_3| = \sqrt{(-1,05)^2 + (7,95)^2}$$

$$F_3 = 8,0 \text{ N}$$

Arah gaya \vec{F}_3 :

$$\alpha = \arctan \frac{7,95}{-1,05} \rightarrow \alpha = 97,524^\circ \text{ terhadap sumbu x positif}$$

B. Medan Listrik

Jika di suatu titik diletakkan muatan listrik, muatan lain pada setiap titik di sekeliling muatan tadi mengalami gaya listrik. Dengan kata lain, pada setiap titik muatan tadi terdapat medan listrik. Seperti halnya pada medan gravitasi, medan listrik merupakan medan gaya, sehingga medan listrik merupakan medan vektor. Kuat medan listrik pada suatu titik dalam medan listrik didefinisikan sebagai gaya yang dialami oleh satu satuan muatan titik positif (muatan uji) bila diletakkan pada titik tersebut. Untuk menentukan kuat medan listrik pada suatu titik, pada titik itu ditempatkan muatan uji (test charge) q' . Jika \vec{F} adalah gaya yang dialami oleh muatan q' , maka kuat medan listrik pada titik itu adalah:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} \dots\dots\dots [2.3]$$

Pada persamaan (2.3), arah kuat medan listrik sama dengan arah gaya listrik yang dialami muatan q' sedangkan satuan kuat medan listrik adalah Newton per Coulomb (N/C).

1. Kuat Medan Listrik oleh Muatan Titik

a. Kuat Medan Listrik oleh Satu Muatan Titik

Misalkan muatan titik q sebagai sumber medan listrik berjarak r dari titik P, gaya listrik pada muatan uji q' yang ditempatkan di P adalah:

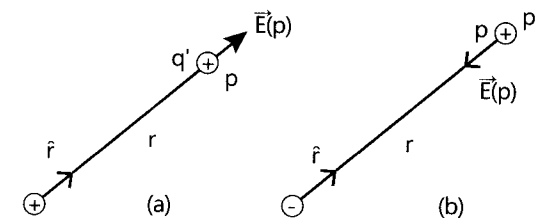
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \hat{r}$$

Kuat medan listrik di titik P:

$$\vec{E}(P) = \frac{\vec{F}}{q'}$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \dots\dots\dots [2.4]$$

\hat{r} = vektor satuan yang arahnya dari q ke titik P.



Gambar 2.5 (a) Kuat medan di titik P bila q muatan positif
(b) Kuat medan di titik P bila q muatan negatif

b. Kuat Medan Listrik oleh Beberapa Muatan Titik

Kuat medan listrik di titik P yang jaraknya dari muatan q_1, q_2, \dots, q_n berturut-turut r_1, r_2, \dots, r_n , dapat dihitung dengan menjumlahkan secara vektor kuat medan di titik P oleh masing-masing muatan.

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{r_n^2} \hat{r}_n$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \dots\dots\dots [2.5]$$

di mana \hat{r} adalah vektor satuan yang arahnya dari q_i ke titik P.

Contoh 2.3

Sebuah muatan q terletak pada bidang XOY dengan koordinat (X_1, Y_1) . Tentukan kuat medan listrik di titik P yang koordinatnya (x_p, y_p) .

Penyelesaian:

Kuat medan di titik P oleh muatan titik q:

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_p - \vec{r}_1 = (x_p - x_1)\hat{i} + (y_p - y_1)\hat{j}$$

$$r = |\vec{r}| = [(x_p - x_1)^2 + (y_p - y_1)^2]^{\frac{1}{2}}$$

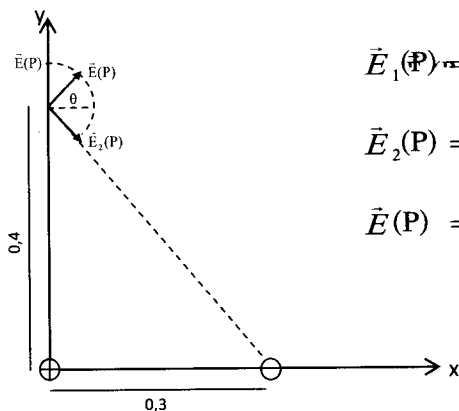
$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{(x_p - x_1)\hat{i} + (y_p - y_1)\hat{j}}{[(x_p - x_1)^2 + (y_p - y_1)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

Kuat medan di titik P: $\vec{E}(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(x_p - x_1)\hat{i} + (y_p - y_1)\hat{j}}{[(x_p - x_1)^2 + (y_p - y_1)^2]^{\frac{3}{2}}}$

Contoh 2.4

Muatan $q_1 = 7\mu\text{C}$ diletakkan pada pusat koordinat, dan muatan $q_2 = -5\mu\text{C}$ terletak pada sumbu x positif berjarak 0,3 m dari pusat koordinat (Gambar 2.6).

Tentukan besar dan arah kuat medan listrik di titik P. Tentukan gaya yang dialami muatan $2,0 \times 10^{-3} \text{ C}$ jika diletakkan di titik P.

Penyelesaian:

$\vec{E}_1(P)$ = kuat medan di titik P oleh muatan q_1

$\vec{E}_2(P)$ = kuat medan di titik P oleh muatan q_2

$\vec{E}(P)$ = kuat medan resultan di titik P

Gambar 2.6 Kuat medan di titik P oleh muatan q_1 dan q_2

Penyelesaian:

a. Dari gambar 2.6 dan persamaan (2.5), terlihat bahwa:

$$\vec{r}_1 = 0,4\hat{j}\text{m}$$

$$r_1 = |\vec{r}_1| = 0,4\text{m} \text{ dan } \hat{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} = \hat{j}$$

$$\vec{r}_2 = (-0,3\hat{i} + 0,4\hat{j})\text{m}$$

$$r_2 = |\vec{r}_2| = 0,5\text{m} \text{ dan } \hat{r}_2 = \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} = \frac{1}{5}(-3\hat{i} + 4\hat{j})$$

$$\vec{r}_2 = (-3\hat{i} + 4\hat{j})$$

Kuat medan di titik P oleh muatan q_1 :

$$\vec{E}_1(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1$$

$$\vec{E}_1(P) = (9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}) \frac{(7 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(0,4\text{m})^2} \hat{j}$$

$$\vec{E}_1(P) = (3,9 \cdot 10^5 \hat{j} \frac{\text{N}}{\text{C}})$$

Kuat medan di titik P oleh muatan q_2 adalah:

$$\vec{E}_2(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2$$

$$\vec{E}_2(P) = (9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}) \frac{(-6 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(0,5\text{m})^2} (-\frac{3}{5}\hat{i} + \frac{4}{5}\hat{j})$$

$$\vec{E}_2(P) = (1,1\hat{i} - 1,4\hat{j}) \cdot 10^5 \hat{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Kuat medan di titik P oleh muatan q_1 dan q_2 adalah:

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1(P) + \vec{E}_2(P)$$

$$\vec{E}(P) = (1,1\hat{i} + 2,5\hat{j}) \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E(P) = |\vec{E}(P)|$$

$$E(P) = \sqrt{(1,1 \cdot 10^5)^2 + (2,5 \cdot 10^5)^2}$$

$$E(P) = 2,7 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\text{Arah } \theta = \arctan \frac{2,5 \cdot 10^5}{1,1 \cdot 10^5}$$

Jadi besar θ adalah 66° terhadap sumbu x positif.

- b. Kuat medan di titik P = $\vec{E}(P)$ adalah gaya per satuan muatan yang diletakkan di titik P. Jika di titik P diletakkan muatan sebesar $q = 2 \times 10^{-3} \text{ C}$, maka gaya yang dialami muatan tersebut adalah:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}(P)$$

$$\vec{F} = (2 \cdot 10^{-3} \text{ C}) \cdot [1,1\hat{i} + 2,5\hat{j}] \cdot 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\vec{F} = (2,2\hat{i} + 5,0\hat{j}) \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Besar gaya:

$$F = |\vec{F}|$$

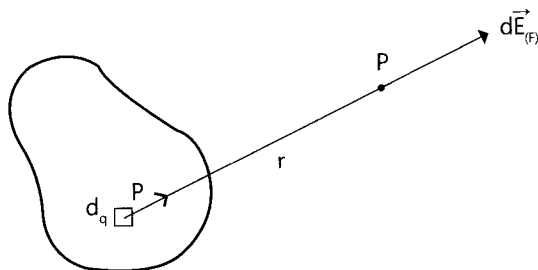
$$F = \sqrt{(2,2 \cdot 10^{-3})^2 + (5,0 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$F = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Arah gaya Coulomb searah dengan medan listrik (jawaban a)

2. Kuat Medan Listrik oleh Muatan yang Terdistribusi

Dalam sub pokok bahasan ini yang dibicarakan adalah muatan yang terdistribusi secara kontinu pada suatu benda dengan ukuran tertentu.



Gambar 2.7 Kuat medan listrik oleh muatan terdistribusi

Untuk menghitung kuat medan listrik di titik P oleh muatan terdistribusi, muatan tersebut dibagi-bagi menjadi elemen-elemen muatan yang tak terhingga kecil dq (lihat gambar 2.7). Kuat medan listrik di titik P oleh muatan dq adalah:

$$\vec{dE}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

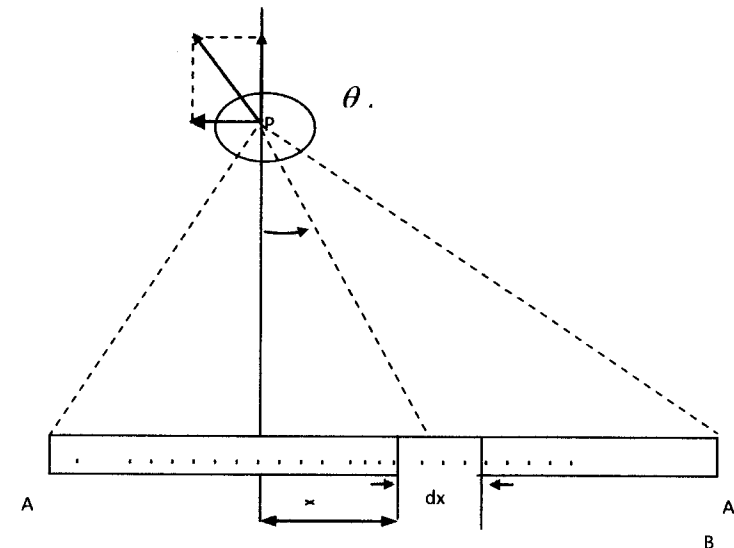
Kuat medan di titik P oleh muatan terdistribusi:

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \dots\dots\dots [2.6]$$

di mana r adalah jarak elemen muatan dq ke titik P, dan \hat{r} adalah vektor satuan yang arahnya dari elemen muatan dq ke titik P.

a. Kuat Medan Listrik oleh Kawat Lurus Bermuatan Listrik

Perhatikan kawat lurus AB (Gambar 2.8) dengan rapat muatan linear (muatan persatuan panjang) $\lambda \text{ C/m}$. Diminta untuk menghitung kuat medan listrik di titik P yang berjarak a meter dari kawat.



Gambar 2.8 Kuat medan listrik oleh kawat lurus bermuatan

Tinjau elemen muatan $dq = \lambda dx$ yang terletak pada jarak x dari pusat koordinat yang dipilih seperti pada Gambar 2.8. Kuat medan listrik di titik P yang dihasilkan oleh elemen muatan tersebut adalah:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r} \\ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \hat{r}$$

Dari Gambar 2.8 terlihat bahwa: $\vec{r} = -r \sin \theta \hat{i} + r \cos \theta \hat{j}$

Sehingga $\hat{r} = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}$

Dengan demikian

$$d\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} (-\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}) \\ \vec{E}(P) = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{dx \sin \theta}{r^2} \hat{i} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{dx \cos \theta}{r^2} \hat{j} \quad \dots\dots\dots [2.7]$$

Dalam pengintegrasian ini ada tiga variabel yang saling berhubungan yaitu x , r , dan θ . Oleh karena itu, ketiga variabel tersebut dapat dinyatakan dalam satu variabel saja. Dalam hal ini pilihan yang menguntungkan adalah sudut θ . Dari Gambar 2.8 terlihat bahwa:

$$\frac{a}{r} = \cos \theta \rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2 \theta}{a^2} \\ x = a \tan \theta \rightarrow dx = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta$$

Substitusikan harga $1/r^2$ dan dx ke persamaan 2.7, maka diperoleh:

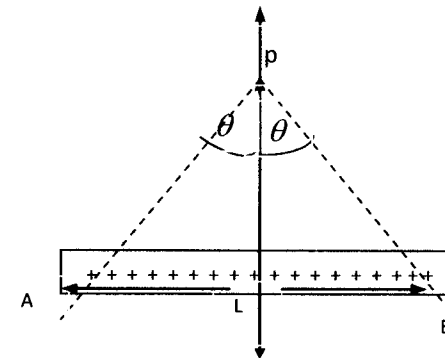
$$\vec{E}(P) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\cos^2 \theta}{a^2} \right) \left(\frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta \right) (-\sin \theta) \hat{i} + \\ = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \left(\frac{\cos^2 \theta}{a^2} \right) \left(\frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta \right) (-\sin \theta) \hat{i} \\ = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \int_A^B (-\sin \theta d\theta) \hat{i} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \int_A^B (\cos \theta d\theta) \hat{j} \\ \vec{E}(P) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} [(\cos \theta_B - \cos \theta_A) \hat{i} + (\sin \theta_B - \sin \theta_A) \hat{j}] \quad \dots\dots\dots [2.8]$$

Sudut θ selalu diukur dari sumbu y berlawanan dengan arah jarum jam sampai memotong garis hubung antara ujung kawat ke titik P (lihat Gambar 2.8). Apabila kawat panjang, jika dibandingkan dengan jarak yang ditinjau (a), maka kawat tersebut dianggap tak terhingga panjangnya, sehingga $\theta_A = 270^\circ$ dan $\theta_B = 90^\circ$, dan berdasarkan persamaan (2.8) kuat medan di titik P adalah:

$$\vec{E}(P) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos 90^\circ - \cos 270^\circ) \hat{i} + (\sin 90^\circ - \sin 270^\circ) \hat{j} \\ = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} [(\cos 90^\circ - \cos 270^\circ) \hat{i} + (\sin 90^\circ - \sin 270^\circ) \hat{j}] \\ \vec{E}(P) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Contoh 2.5

Batang yang panjangnya L mempunyai rapat muatan linear λ (lihat gambar 2.9)



Gambar 2.9

(a) Buktikan bahwa kuat medan di titik P

$$\vec{E}(P) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin \theta \hat{j}$$

(b) Hitung kuat medan listrik di titik P jika diketahui:

$$a = 2 \text{ cm}$$

$$L = 3 \text{ cm}$$

$$Q = 10^{-10} \text{C (muatan total batang)}$$

Penyelesaian:

(a) Menurut persamaan (2.8) kuat medan listrik di titik P:

$$\vec{E}(P) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} [(\cos\theta_B - \cos\theta_A)\vec{i} + (\sin\theta_B - \sin\theta_A)\vec{j}]$$

Berdasarkan aturan perhitungan untuk sudut θ_A dan θ_B , dan dari Gambar 2.9 dapat ditentukan:

$$\theta_A = 360^\circ - \theta, \text{ sehingga } \cos \theta_A = \cos (360^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\sin \theta_A = \sin (360^\circ - \theta) = -\sin \theta$$

$$\text{dan } \theta_B = \theta, \text{ sehingga } \cos \theta_B = \cos \theta$$

$$\sin \theta_B = \sin \theta$$

Substitusikan harga-harga tersebut ke dalam persamaan

$$\vec{E}(P) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} [(\cos\theta_B - \cos\theta_A)\vec{i} + (\sin\theta_B - \sin\theta_A)\vec{j}]$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \sin\theta \vec{j}$$

* Catatan: jika letak titik P tidak simetri terhadap kawat, perhitungan serupa dengan di atas akan menghasilkan $\vec{E}(P)$ yang memiliki komponen \vec{i} dan \vec{j}

(b) Dari Gambar 2.9 dapat dihitung:

$$\sin\theta = \frac{1/2L}{\sqrt{a^2 + (1/2L)^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 + L^2}$$

$$= \frac{3 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{10^{-2} \sqrt{4 \cdot 2^2 + 3^2} \text{ m}}$$

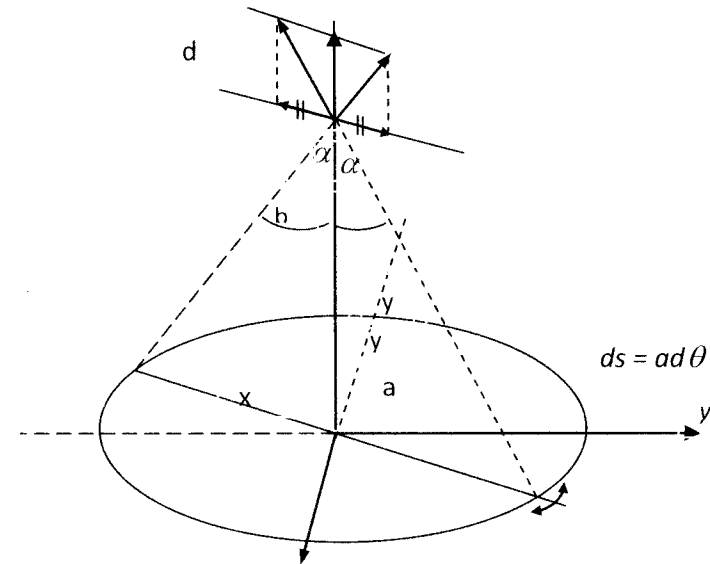
$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{10^{-10} \text{ C}}{3 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

Sehingga

$$\begin{aligned} \vec{E}(P) &= \left[\frac{10^{-10} \text{ C}}{3 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \right] \left[\frac{18 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2}{2 \cdot 10^2 \text{ m}} \right] \left[\frac{3}{5} \right] \vec{j} \\ &= 1800 \vec{j} \text{ N/C} \end{aligned}$$

b. Kuat Medan Listrik oleh Cincin (kawat lingkaran) Bermuatan

Suatu cincin berjari-jari a dengan kerapatan muatan linear λ . Tentukanlah kuat medan listrik yang dihasilkannya di suatu titik yang terletak pada sumbu cincin dan berjarak b dari pusat cincin (Gambar 2.10)



Gambar 2.10 Kuat medan listrik pada sumbu cincin bermuatan

Dibuat sistem koordinat yang terkonsentrasi pada pusat cincin sedemikian rupa sehingga cincin tersebut terletak pada bidang xy . Bentuk simetri cincin terhadap titik P menyebabkan setiap elemen ds pada cincin mempunyai pasangan ds yang lain yang berjarak $2a$ terhadapnya dan komponen kuat medannya $dE(P)$ sejajar bidang xy yang dihasilkan pasangan elemen-elemen tersebut tepat saling menghapuskan. Kuat medan listrik di titik P yang dihasilkan oleh setiap pasangan elemen adalah:

$$dE(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2} 2 \cos\alpha R$$

Elemen busur lingkaran berjari-jari $ds = a \, d\theta$ sehingga:

$$dE(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a d\theta}{(a^2 + b^2)} 2 \cos \alpha \hat{K} \dots\dots\dots [2.10]$$

Kuat medan listrik total di titik P yang dihasilkan oleh cincin bermuatan diperoleh dengan cara mengintegrasikan persamaan (2.10) dari $\theta = 0$ sehingga $\theta = \pi$ (sebab perhitungan dilakukan secara berpasangan).

$$\begin{aligned} \vec{E}(P) &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cos \alpha R}{(a^2 + b^2)} \int_0^\pi d\theta \\ &= \frac{2\pi a \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\cos \alpha}{(a^2 + b^2)} R \end{aligned}$$

Dari Gambar 2.10 terlihat bahwa $\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, sehingga:

$$\begin{aligned} \vec{E}(P) &= \frac{2\pi a \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{b}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \hat{K} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qb}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \hat{K} \dots\dots\dots [2.10a] \end{aligned}$$

$2\pi a \lambda = q$ menyatakan muatan total cincin.

C. Gerak Partikel Bermuatan Dalam Medan Listrik

Suatu partikel bermuatan q berada dalam medan listrik \vec{E} akan mengalami gaya listrik $\vec{F} = q\vec{E}$. Jika massa partikel tersebut m , maka menurut hukum Newton kedua:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$q\vec{E} = m\vec{a}$$

$$\text{Sehingga: } \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \dots\dots\dots [2.11]$$

kecepatan partikel (\vec{a}) searah dengan \vec{E} jika muatan partikel (q) positif dan sebaliknya.

Contoh 2.6

Sebuah partikel bermuatan q dan bermassa m berada dalam listrik serba sama (homogen) di mana medan listrik \vec{E} searah dengan sumbu x positif. Jika pada saat awal partikel tersebut dalam keadaan diam pada $x = 0$, tentukan persamaan gerak dan energi kinetik partikel pada saat melintas sejauh x .

Penyelesaian:

Percepatan partikel konstan yaitu $a = q \frac{E}{m}$ sehingga gerak partikel merupakan gerak lurus berubah beraturan dalam arah sumbu x (tanda vektor dihilangkan karena geraknya dalam satu dimensi). Dengan demikian:

$$\begin{aligned} v &= a \cdot t \\ &= \frac{qE}{m} \cdot t \\ x &= \frac{1}{2} at^2 \\ &= \frac{qR}{2m} \cdot t^2 \end{aligned}$$

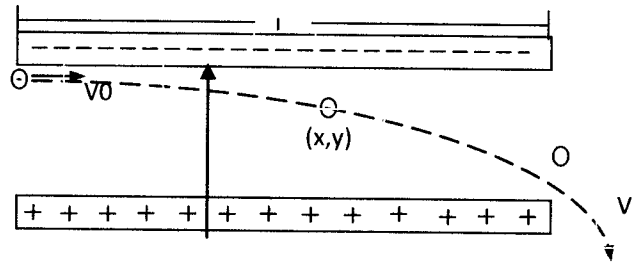
Dari kedua persamaan tersebut diperoleh: $v^2 = \frac{qR}{2m} x$
Sehingga energi partikel:

$$E_K = \frac{1}{2} mv^2 = qEx$$

Hasil tersebut dapat diperoleh pula melalui hubungan kerja dan energi, yaitu: kerja oleh gaya listrik $qE =$ tambahan energi kinetik benda:

$$\begin{aligned} W &= \Delta E_K \\ (qE \hat{i}) \cdot (x \hat{i}) &= E_K - 0 \\ qEx &= E_K \end{aligned}$$

Medan listrik pada daerah di antara dua plat penghantar yang diberi muatan sama tetapi tidak sejenis dapat dianggap homogen (lihat gambar 2.11). Jika sebuah elektron bermassa m dan bermuatan $-e$ dilewatkan medan tersebut dengan kecepatan awal v_0 .



Gambar 2.11 Elektron ditembakkan secara horizontal dalam medan listrik homogen yang berarah vertikal

Karena kuat medan listrik \vec{E} pada arah sumbu y positif, maka percepatan elektron konstan ke arah sumbu y negatif.

$$\vec{a} = \frac{eE}{m} \hat{j} \dots\dots\dots [2.12]$$

Pada saat t dari saat awal, kecepatan elektron:

$$v_x = v_0 \text{ (konstan)}$$

$$v_y = at = -\frac{eE}{m}t$$

Posisi elektron:

$$x = v_0 t$$

$$\frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left[\frac{x}{v_0}\right]^2$$

Dari kedua persamaan terakhir, terlihat bahwa y berbanding lurus dengan x^2 yang menyatakan persamaan parabola, sehingga lintasan elektron berupa parabola. Setelah keluar dari medan listrik tersebut elektron akan melanjutkan gerakanya dengan lintasan lurus dan dengan laju $v > v_0$.

Contoh 2.7

Sebuah elektron memasuki daerah yang dipengaruhi oleh medan listrik serba sama seperti terlihat pada gambar 2.11 dengan $v_0 = 3 \times 10^6$ m/s, $E = 200$ N/C dan $l = 0,1$ m.

Hitunglah:

- percepatan elektron dalam medan listrik.
- waktu yang diperlukan untuk melintasi plat tersebut.
- perpindahan vertikal elektron (y) dalam medan listrik, dan
- kecepatan elektron pada saat meninggalkan medan listrik.

Penyelesaian:

- Berdasarkan persamaan (2.12) percepatan elektron:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{-eE}{m} \hat{j} = \frac{(-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(200 \text{ N/C})}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \hat{j} \\ &= 3,51 \cdot 10^{13} \hat{j} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

- Komponen gerak elektron dalam arah mendatar merupakan gerak lurus beraturan, sehingga:

$$t = \frac{l}{v_0} = \frac{0,1 \text{ m}}{3 \cdot 10^6 \text{ m/s}} = 3,33 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

- Perpindahan vertikal:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} at^2 \\ &= \frac{1}{2} (-3,51 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2)(3,33 \cdot 10^{-8} \text{ s})^2 \\ &= -1,95 \text{ cm} \end{aligned}$$

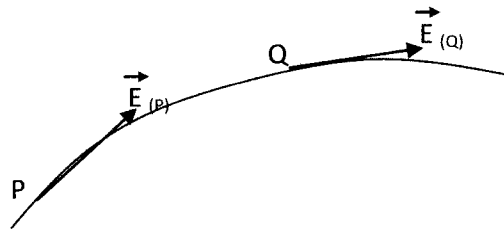
- Kecepatan elektron pada saat meninggalkan medan listrik:

$$\begin{aligned} v_y &= at = \frac{1}{2} (-3,51 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2)(3,33 \cdot 10^{-8} \text{ s})^2 \\ &= -1,17 \cdot 10^6 \text{ m/s} \\ &= v_0 \hat{i} + v_y \hat{j} \\ &= (3 \hat{i} - 1,7 \hat{j}) \cdot 10^6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

D. Hukum Gauss

Michael Faraday memperkenalkan cara menggambarkan medan (listrik, magnet, maupun gravitasi) melalui konsep garis-garis gaya (*lines of force*). Garis gaya listrik adalah garis khayal yang dibuat

sedemikian rupa sehingga arah garis singgung di setiap titik pada garis tersebut menyatakan arah medan listrik di titik-titik yang bersangkutan (lihat Gambar 2.12).



Gambar 2.12 Garis-garis gaya listrik

Sifat-sifat garis gaya adalah:

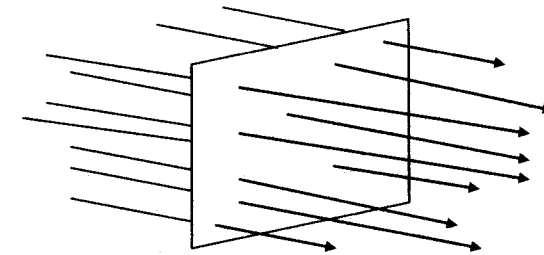
1. keluar dari muatan positif,
2. menuju ke muatan negatif,
3. kontinu, dan
4. dua garis gaya tidak pernah berpotongan.

Selain untuk menggambarkan arah medan listrik, garis-garis gaya juga dapat digunakan untuk menyatakan besar kuat medan listrik. Dalam hal ini besar kuat medan listrik pada suatu titik sebanding dengan *jumlah garis gaya listrik yang menembus satu satuan luas bidang (permukaan) yang berpusat di titik tersebut dan tegak lurus garis gaya*. Jumlah garis-garis gaya listrik yang menembus suatu permukaan secara tegak lurus didefinisikan sebagai *fluks listrik* Φ . Berdasarkan hubungan antara kuat medan listrik dan garis gaya listrik yang telah diuraikan, maka fluks listrik Φ secara matematis dapat dirumuskan dengan:

$$\Phi = \vec{E}A \dots\dots\dots [2.13]$$

$$\Phi = \vec{E}A \cos \theta \dots\dots\dots [2.14]$$

Φ dinyatakan dengan satuan Nm^2/C , A merupakan vektor C yang besarnya menyatakan luas permukaan dan arahnya tegak lurus terhadap permukaan tersebut, sedangkan θ menyatakan sudut antara \vec{E} dan A . Agar lebih jelas perhatikan beberapa contoh berikut: suatu medan listrik homogen menembus suatu permukaan seluas A secara tegak lurus (Gambar 2.13).



Gambar 2.13 Medan listrik homogen (\vec{E}) yang menembus permukaan seluas A secara tegak lurus

Dipilih arah medan listrik \vec{E} sebagai sumbu x , maka:

$$\vec{E} = E \cdot i$$

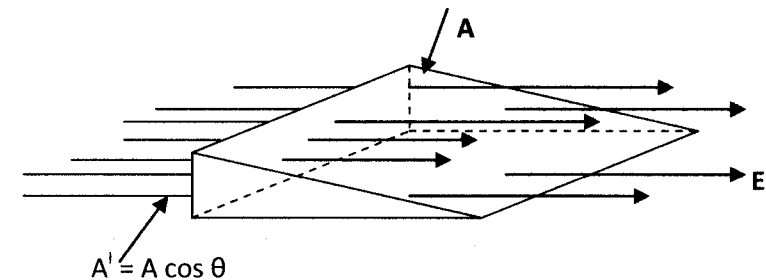
$$A = A \cdot i$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} \Phi &= \vec{E} \cdot A \\ &= EA \end{aligned}$$

Jika permukaan A tidak tegak lurus terhadap medan listrik, melainkan membentuk sudut θ terhadap \vec{E} (Gambar 2.14), maka:

$$\begin{aligned} \Phi &= W \cdot A \\ &= EA \cos \theta \end{aligned}$$



Gambar 2.14 Medan listrik homogen (E) yang menembus permukaan seluas A dan membentuk sudut θ terhadap A

Hal ini dapat diartikan bahwa fluks listrik yang menembus A adalah *hasil kali kuat medan listrik dan proyeksi A dalam arah tegak lurus \vec{E}* (Gambar 2.14) atau hasil kali luas permukaan dan komponen \vec{E} yang tegak lurus permukaan. Secara umum, jika

\vec{E} maupun A sembarang (merupakan fungsi koordinat), maka perhitungan fluks listrik harus dilakukan dengan membagi A menjadi elemen-elemen sangat kecil (sehingga dapat dianggap sebagai elemen bidang datar) dA dan menentukan fluks listrik $d\Phi$ pada setiap elemen dA tersebut, yaitu:

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{A} \dots\dots\dots [2.15]$$

Fluks listrik total untuk seluruh permukaan:

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \dots\dots\dots [2.16]$$

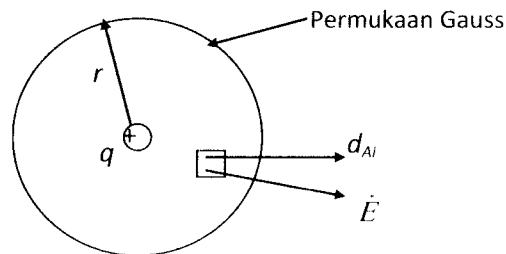
Tanda \int_A menyatakan integrasi yang meliputi seluruh permukaan A .

Untuk permukaan tertutup, elemen dA tegak lurus permukaan dan arahnya keluar. Fluks total untuk permukaan tertutup:

$$\Phi = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \dots\dots\dots [2.17]$$

Lingkaran pada tanda integral menyatakan bahwa integrasi dilakukan pada seluruh permukaan tertutup, sedangkan subskrip A pada tanda integral menyatakan luas total permukaan tertutup. Ternyata ada hubungan yang erat antara fluks listrik pada suatu permukaan tertutup dengan muatan listrik yang berada di dalam permukaan tersebut dan hubungan ini dikenal sebagai *hukum Gauss*.

Untuk memperoleh hubungan tersebut ditinjau sebuah muatan listrik sebesar q (positif). Hitunglah fluks listrik yang melalui suatu permukaan bola berjari-jari r yang berpusat pada muatan tersebut (lihat Gambar 2.15).



Gambar 2.15 Permukaan Gauss berbentuk bola dengan jari-jari r yang melingkupi muatan q yang berada di pusat bola

Mengingat simetri medan \vec{E} sekitar muatan titik, dibuat permukaan Gauss berbentuk bola dengan jari-jari r dan berpusat pada muatan q . Kuat medan listrik di setiap titik pada permukaan Gauss (yaitu titik-titik yang berjarak r dari muatan), periksa persamaan 2.4:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Sedangkan $dA = dA \hat{r}$, sehingga:

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_A dA \hat{r} \cdot \hat{r}$$

Mengingat $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$, dan $\int_A dA$ untuk bola berjari-jari r adalah $= 4\pi r^2$, maka:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi r^2$$

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \dots\dots\dots [2.18]$$

Meskipun persamaan (2.18) diperoleh melalui persoalan yang khusus, namun dapat dibuktikan bahwa hubungan tersebut berlaku secara umum untuk setiap permukaan tertutup yang bagaimanapun bentuknya, dan dikenal sebagai *hukum Gauss*. Dalam bentuk yang lebih umum, hukum Gauss dapat dituliskan dengan:

$$\Phi = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \dots\dots\dots [2.19]$$

q_{in} pada ruas kanan persamaan (2.19) menyatakan muatan total yang berada di dalam permukaan Gauss. Dalam banyak persoalan, hukum Gauss merupakan alat yang ampuh untuk menghitung besar kuat medan listrik secara cepat. Hal ini dapat dilakukan jika kuat medan listrik yang hendak dihitung mempunyai simetri tertentu terhadap permukaan Gauss yang dibuat.

Contoh 2.8

Suatu ruang berbentuk bola dengan jari-jari a mempunyai rapat muatan ruang homogen dengan muatan total Q . Tentukan:

- kuat medan listrik di luar bola ($r > a$), dan
- kuat medan listrik di dalam bola ($r < a$).

Penyelesaian:

- Distribusi muatan mempunyai simetri bola, maka kuat medan listrik yang dihasilkan nya juga mempunyai simetri bola (merupakan fungsi r saja, dalam arah radial). Dibuat permukaan Gauss berjari-jari $r > a$ yang terpusat dengan bola. Maka:

$$\int_A E \cdot dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \int_A r \cdot dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \cdot \epsilon_0}$$

$$\text{Sehingga: } E = \frac{Q}{4\pi r^2 \cdot \epsilon_0} r, \text{ untuk } r > a \dots\dots\dots [2.20]$$

Dari hasil perhitungan \vec{E} tersebut dapat disimpulkan bahwa kuat medan listrik di luar bola yang dihasilkan oleh muatan terdistribusi merata dalam bola ekuivalen dengan kuat medan listrik sebesar muatan bola yang diletakan di pusat bola.

- Dibuat permukaan Gauss berupa bola berjari-jari $r > a$ yang sepusat dengan bola, maka:

$$\int_A E \cdot dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$\text{Rapat muatan ruan bola} = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} a^3}, \text{ sehingga:}$$

$$q_{in} = \int dV = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} a^3} \int dV$$

Dengan demikian:

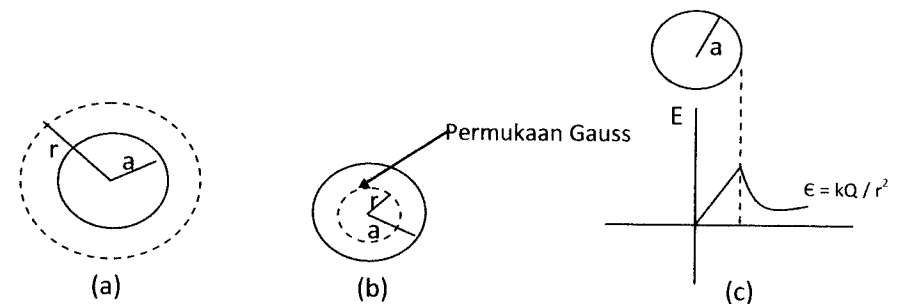
$$\int_A E \cdot dA = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} a^3 \epsilon_0} \int dV$$

$$\int_A r \cdot dA = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} a^3 \epsilon_0} \int dV$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} a^3 \epsilon_0} \frac{4\pi}{3} r^3$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} a^3} \text{ untuk } r < a \dots\dots\dots [2.21]$$

Hasil perhitungan \vec{E} di dalam bola menunjukan bahwa $\vec{E} \geq 0$ untuk $r \geq 0$. Grafik yang menggambarkan \vec{E} sebagai fungsi dari r untuk seluruh ruang, baik di dalam maupun di luar bola, ditunjukkan oleh gambar 2.16c berikut ini.



Gambar 2.16

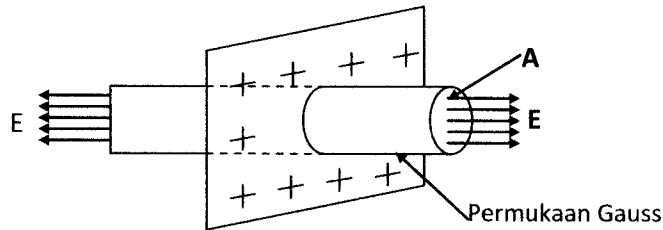
- Permukaan Gauss berbentuk bola dengan jari-jari $r > a$,
- Permukaan Gauss berbentuk bola dengan jari-jari $r < a$, dan
- Grafik $\vec{E}(r)$ yang dihasilkan oleh muatan Q yang terdistribusi
- secara serba sama dalam ruang berbentuk bola berjari-jari a

Contoh 2.9

Tentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh muatan terdistribusi merata pada suatu bidang datar tak terhingga luas dengan rapat muatan permukaan σ .

Penyelesaian:

Simetri distribusi muatan memberikan kesimpulan bahwa kuat medan listrik \vec{E} pasti tegak lurus bidang dan arah \vec{E} di kedua sisi permukaan bidang berlawanan (ingat sifat garis-garis gaya).



Gambar 2.17 Permukaan Gauss berbentuk silinder yang memotong bidang bermuatan secara simetri, dengan sumbu tegak lurus bidang

Untuk menghitung besar kuat medan listrik \vec{E} yang dihasilkan oleh muatan yang terdistribusi pada bidang tersebut, buatlah permukaan Gauss berupa silinder dengan sumbu tegak lurus bidang dan luas kedua tutupnya masing-masing A serta berjarak sama terhadap bidang tersebut (lihat Gambar 2.17).

$$\begin{aligned} \int_A E \cdot dA &= \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \\ 2E \int_A r \cdot dAr &= \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \\ 2EA &= \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \dots\dots\dots [2.22] \end{aligned}$$

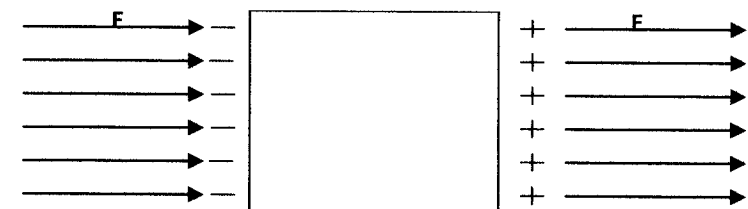
Faktor 2 pada perhitungan tersebut muncul karena silinder mempunyai dua tutup, sedangkan permukaan selimut silinder tidak memberikan sumbangan pada perhitungan karena $d\mathbf{A}$ pada daerah tersebut tegak lurus \vec{E} sehingga $\vec{E} \cdot d\mathbf{A} = 0$.

E. Konduktor Dalam Keseimbangan Elektrostatik

Setiap atom dalam konduktor dapat memberikan satu atau lebih elektron yang bebas bergerak di dalam bahan tersebut, sehingga dalam konduktor tersedia cukup banyak elektron bebas. Konduktor berada dalam keseimbangan elektrostatik jika tidak terdapat gerakan muatan secara total di dalam konduktor. Dari batasan tersebut disimpulkan bahwa sifat-sifat dasar konduktor dalam keseimbangan, yaitu:

1. kuat medan listrik di dalam suatu konduktor sama dengan nol,
2. setiap kelebihan muatan listrik pada suatu konduktor seluruhnya berada pada permukaan konduktor, dan
3. kuat medan listrik di setiap titik pada permukaan konduktor bermuatan, arahnya tegak lurus permukaan konduktor dan besarnya σ/ϵ_0 , di mana σ adalah muatan persatuan luas di titik tersebut. Di seluruh konduktor potensial listriknya sama.

Sifat pertama dapat dipahami dengan meninjau suatu batang konduktor yang ditempatkan dalam medan listrik luar \vec{E} (Gambar 2.18).

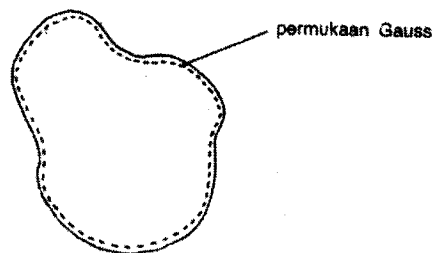


Gambar 2.18 Sebuah konduktor dalam medan listrik \vec{E} di mana \vec{E} luar dan \vec{E} internal di dalam konduktor saling menghapuskan

Dalam keseimbangan elektrostatik, kuat medan listrik di dalam konduktor harus nol. Jika tidak, muatan-muatan bebas di dalam konduktor akan dipercepat oleh medan listrik. Sebelum medan listrik dikenakan pada konduktor, elektron-elektron bebasnya tersebar merata di dalamnya. Ketika medan listrik luar dikenakan, maka elektron-elektron bebas dipercepat ke kiri, dan menyebabkan pengumpulan muatan positif pada permukaan kiri (kelebihan elektron)

dan muatan positif pada permukaan kanan (kekurangan elektron). Pengelompokan muatan di kedua permukaan menimbulkan kuat medan listrik yang melawan medan listrik luar. Rapat muatan permukaan tersebut akan terus bertambah sampai kuat medan listrik yang dihasilkannya tepat menghapuskan kuat medan listrik luar di dalam konduktor. Dalam konduktor yang baik, waktu yang diperlukan untuk mencapai kesetimbangan tersebut berorde 10^{-16} detik, sehingga proses mencapai kesetimbangan dapat dianggap terjadi seketika.

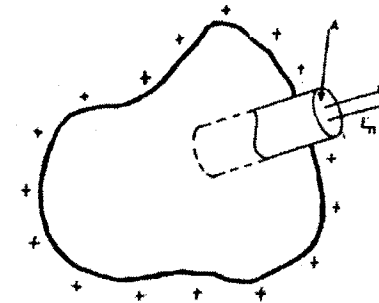
Sifat kedua dan ketiga dapat dibuktikan dengan hukum Gauss. Gambar 2.19a menunjukkan suatu konduktor dengan bentuk sembarang. Suatu permukaan Gauss dibuat di dalam konduktor, sedekat mungkin dengan permukaan konduktor. Kuat medan listrik di seluruh bagian di dalam konduktor, sedekat mungkin dengan permukaan konduktor. Kuat medan listrik di seluruh bagian di dalam konduktor berharga nol jika konduktor dalam kesetimbangan elektrostatik. Karena kuat medan listrik berharga nol di setiap titik pada permukaan Gauss, fluks listrik total yang melalui permukaan Gauss sama dengan 0. Hal ini berarti muatan total di dalam permukaan Gauss sama dengan nol, dan dapat disimpulkan bahwa kelebihan muatan (muatan total) pada konduktor harus seluruhnya berada pada permukaan konduktor.



Gambar 2.19a Suatu konduktor dengan bentuk sembarang, di mana permukaan Gauss tepat di bawah permukaan konduktor

Kuat medan listrik dapat di luar konduktor tegak lurus permukaan konduktor. Jika \vec{E} mempunyai komponen tangensial, muatan-muatan bebas akan bergerak sepanjang permukaan dan menimbulkan arus permukaan sehingga konduktor tersebut tidak lagi dalam kesetimbangan. Hukum Gauss juga dapat digunakan untuk menentukan kuat medan listrik tepat di luar permukaan, konduktor yang berada dalam kesetimbangan. Oleh karena itu,

dibuat permukaan Gauss berbentuk silinder kecil dengan sumbu tegak lurus permukaan konduktor dan permukaan tutupnya sejajar permukaan konduktor (lihat Gambar 2.19b).



Gambar 2.19b Permukaan Gauss berbentuk silinder untuk menghitung kuat medan listrik pada permukaan konduktor.

Tidak ada fluks yang melalui permukaan silinder yang terletak di dalam konduktor (karena $\vec{E} = 0$). Tidak ada fluks yang menembus permukaan selubung silinder sebab \vec{E} sejajar permukaan tersebut. Dengan demikian, fluks listrik total yang melalui permukaan Gauss adalah $E_n A$ dengan E_n menyatakan kuat medan listrik tepat di luar konduktor. Secara matematis dapat dituliskan:

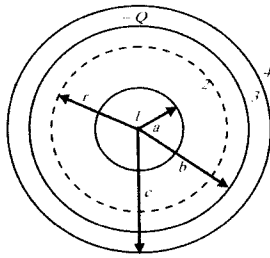
$$\int E_n dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E_n dA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \dots\dots\dots [2.23]$$

Contoh 2.10

Bola konduktor pejal berjari-jari a mempunyai muatan positif sebesar $2Q$, dilingkupi oleh kulit bola konduktor dengan jari-jari dalam b dan jari-jari luar c , konsentris dengan bola pertama dan bermuatan $-Q$ (gambar 2.20). Tentukan kuat medan listrik dalam daerah: (1). $r < a$; (2). $a < r < b$; (3). $b < r < c$, dan (4). $r > c$ serta distribusi muatan pada kulit bola



Gambar 2.20 Konduktor berbentuk bola pejal berjari-jari a dan bermuatan $2Q$ dilingkupi kulit bola konduktor bermuatan $-Q$

Penyelesaian:

Karena distribusi muatan pada kedua bola mempunyai simetri bola, maka permukaan Gauss dipilih berbentuk bola yang konsentris dengan kedua bola tersebut pada daerah-daerah yang diminta.

(1) Untuk $r < a$, $q_{in} = 0$, sehingga $E_1 = 0$

(2) Untuk $a < r < b$, $q_{in} = 2Q$, sehingga:

$$E_2 A = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E_2 (4\pi r^2) = \frac{2Q}{\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{r^2}$$

(3) Untuk $b < r < c$, $E_3 = 0$, sebab kulit bola konduktor dalam kesetimbangan. Hal ini berarti permukaan Gauss yang dibuat pada daerah ini melingkupi muatan total yang besarnya = 0. Jadi, muatan pada permukaan dalam kulit bola konduktor besarnya $-2Q$, dengan demikian muatan pada permukaan luar kulit bola konduktor besarnya $+Q$.

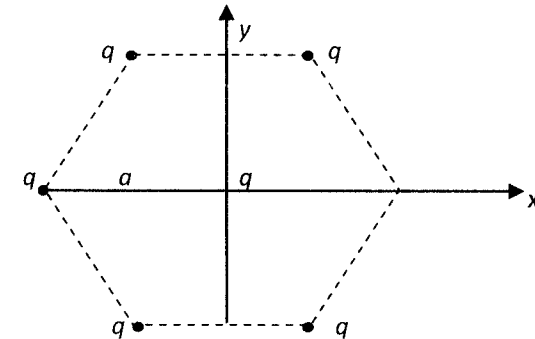
(4) Untuk $r > c$ maka $q_{in} = 2Q + (-Q) = Q$

Dengan menggunakan hukum Gauss dapat diperoleh:

$$E_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

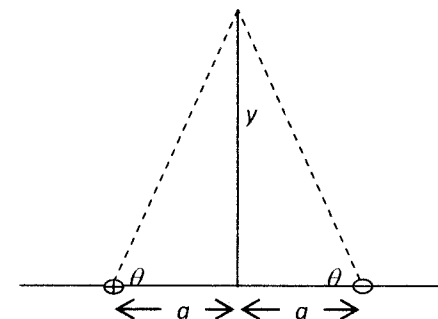
Soal Uji Kompetensi

1. Lima buah muatan masing-masing sebesar q diletakkan pada lima titik sudut suatu segi enam beraturan yang berpusat di $(0,0)$. Jika jarak titik-titik sudut segi enam beraturan ke pusat koordinat adalah a , dan sebuah muatan sebesar q diletakkan di pusat koordinat (lihat gambar 2.21), tentukan besar dan arah gaya yang dialaminya.



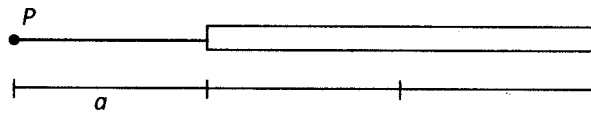
Gambar 2.21 Keterangan gambar untuk soal no.1

2. Dua buah muatan masing-masing $q_1 = 6\mu\text{C}$ diletakkan di pusat koordinat dan $q_2 = 15\mu\text{C}$ terletak pada sumbu x pada jarak 2 m dari pusat koordinat. Di manakah muatan q_3 yang bertanda negatif harus diletakkan agar gaya pada muatan $q_3 = 0$.
3. Dipol listrik adalah pasangan muatan titik yang sama besar tetapi tidak sejenis ($+q$ dan $-q$) yang terpisah pada jarak yang sangat pendek (dibandingkan dengan jaraknya ke titik yang ditinjau). Tentukan kuat medan di P yang disebabkan oleh suatu dipol seperti pada gambar 2.22 dengan menganggap $y \gg a$.



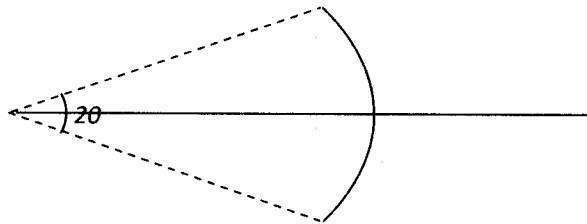
Gambar 2.22 Keterangan gambar untuk soal nomor 3

4. Sebuah batang kawat lurus panjang L mempunyai kerapatan muatan λ . Tentukan kuat medan listrik yang dihasilkan kawat di titik p yang berjarak a dari salah satu ujungnya (lihat gambar 2.23)



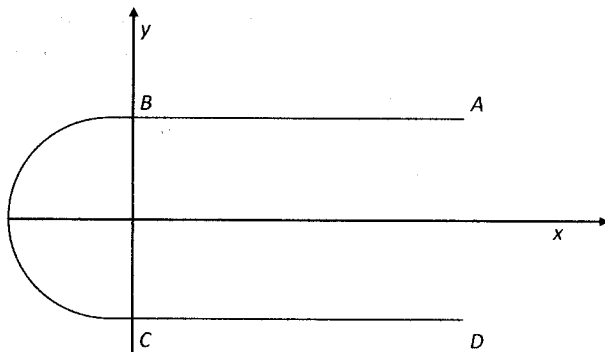
Gambar 2.23 Keterangan gambar untuk soal nomor 4

5. Suatu kawat dengan rapat muatan linear λ dibengkokkan sehingga membentuk suatu busur lingkaran berjari-jari a , dan membentang sudut 2λ terhadap pusat lingkaran. Tentukan kuat medan listrik di pusat kelengkungan kawat tersebut (lihat gambar 2.24).



Gambar 2.24 Keterangan gambar untuk soal nomor 5

6. Suatu kawat bermuatan dengan rapat muatan linear λ mempunyai bentuk geometri seperti pada gambar 2.25. tentukan kuat medan listrik di titik P (pusat koordinat).



Gambar 2.25 BC = busur setengah lingkaran dengan jari-jari a
 $AB = CD = \frac{1}{3}a$

7. Sebuah lempeng berbentuk lingkaran berjari-jari a mempunyai rapat muatan permukaan σ . Tentukan kuat medan listrik di titik P pada sumbu lingkaran dan berjarak b terhadap lempeng.
8. Sebuah partikel bermassa 4×10^{-16} kg dengan muatan 2×10^{-16} C bergerak dengan kecepatan awal $v_0 = 10^{-16} \hat{i}$ m/dt melintasi suatu daerah dengan kuat medan listrik homogen $\vec{E} = (-4\hat{i} + 3\hat{j}) \times 10^4$ N/C. Jika posisi awal partikel tersebut $(0,0)$, tentukan:
- besar percepatan partikel,
 - di mana dan bilamana kecepatan partikel tepat pada arah sumbu y , serta
 - persamaan lintasan partikel.

Kunci Jawaban

$$1. \quad \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \hat{j}$$

Petunjuk:

Hitung kuat medan di pusat koordinat dengan memerhatikan bagian-bagian yang dapat saling menghapuskan, kemudian hitung gaya pada q yang terletak di pusat koordinat dengan menggunakan persamaan 2.3.

2. Di antara q_1 dan q_2 pada jarak 0,7775 m dari q_1

Petunjuk:

Besar gaya yang dialami oleh suatu muatan sama dengan nol jika muatan tersebut pada suatu titik yang kuat medannya nol. Andaikan titik-titik tersebut berjarak a dari muatan q_1 , hitung a agar kuat medannya nol.

$$3. \quad \vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2qa)}{y^3} \hat{j}$$

Petunjuk:

Tentukan kuat medan listrik di titik P oleh masing-masing dengan persamaan (2.4), kemudian masukkan pendekatan $y \gg a$ pada vektor resultan kuat medan listrik di P .

$$4. \quad \vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L} \right) (-\hat{i})$$

Petunjuk:

Pilihlah titik P sebagai pusat koordinat. Hitunglah kuat medan listrik di titik P yang ditimbulkan oleh elemen muatan dq yang terletak dalam elemen kawat dx pada jarak x dari P, kemudian integrasikan terhadap x mulai dari $x = a$ hingga $x = a + L$.

$$5. \quad \vec{E}(P) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0 a} 2\lambda \sin\theta \hat{i}$$

Petunjuk:

Ditinjau kuat medan listrik yang dihasilkan oleh pasangan elemen $ds = a.d\alpha$ yang secara efisien simetri terletak pada arah α terhadap sumbu x . Perhatikan komponen-komponen yang saling menghapuskan. Integrasikan hasil yang diperoleh tersebut terhadap α mulai dari $\alpha = 0$ hingga $\alpha = \theta$.

$$6. \quad \vec{E}(P) = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \hat{i} + \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (-0,4\hat{i})$$

$$\vec{E}(P) = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \hat{i}$$

Petunjuk:

Gunakan hasil perhitungan soal nomor 5 untuk $\theta = 90^\circ$, untuk menghitung kuat medan di P oleh busur BC. Komponen kuat medan listrik di P dalam arah sumbu y yang dihasilkan kawat AB dan CD saling menghapuskan, sedangkan komponen dalam arah sumbu x (negatif) saling memperkuat (menjumlahkan).

$$7. \quad E(P) = \frac{\sigma b}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{b^2}} - \frac{1}{\sqrt{b^2 + a^2}} \right)$$

Petunjuk:

Tinjau suatu cincin tipis berjari-jari r setebal dr yang sepusat dengan lempeng lingkaran, maka cincin tersebut dapat dianggap sebagai kawat lingkaran dengan muatan $dq = (2\pi r.dr)\sigma$. Kuat medan total diperoleh melalui integrasi terhadap r dengan batas dari $r = 0$ hingga $r = a$.

$$8. \quad (a) \quad a = 2,5 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$$

$$(b) \quad t = 50 \text{ s pada posisi } x = 2,5 \times 10^7 \text{ m dan } y = 1,875 \cdot 10^7 \text{ m}$$

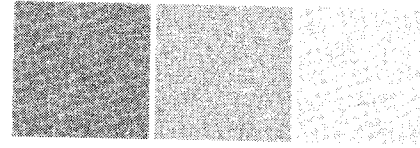
$$(c) \quad x = \frac{2}{3} \cdot 10^4 \sqrt{3y - \frac{4}{3}y} \text{ atau } 16y^2 + 24xy + 9x^2 = 1,2 \times 10^8 y = 0$$

Petunjuk:

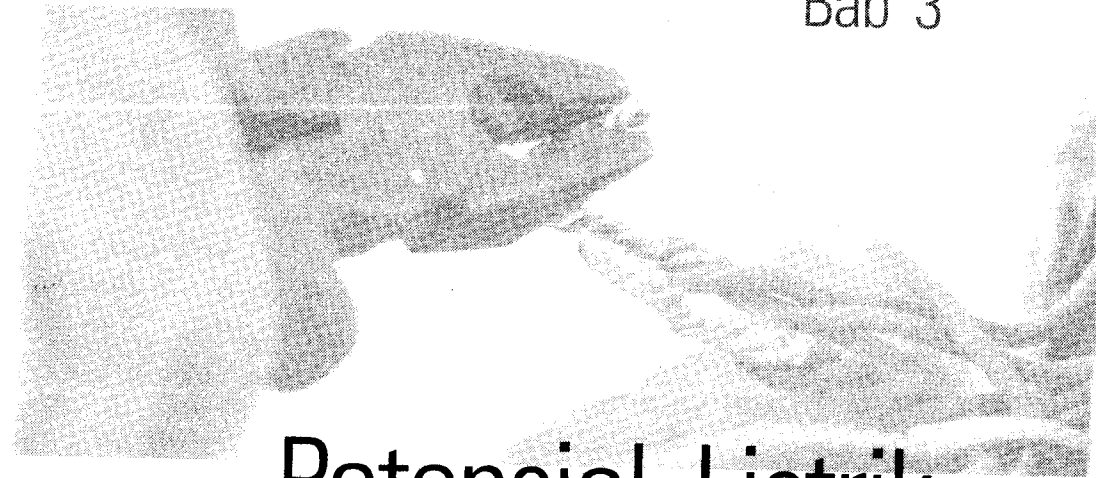
(a) cukup jelas.

(b) tentukan terlebih dahulu persamaan gerak partikel: $v_x(t)$, $x(t)$, dan $y(t)$. kecepatan partikel tepat dalam arah sumbu y jika $v_x(t) = 0$

(c) persamaan lintasan diperoleh dengan cara eliminasi t dari $x(t)$ dan $y(t)$.



Bab 3



Potensial Listrik

Kompetensi Dasar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan dapat menerapkan konsep energi potensial listrik dalam kelistrikan.

Indikator Hasil Belajar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan dapat menjelaskan pengertian kerja oleh medan listrik; menjelaskan konsep potensial listrik; menghitung potensial listrik di suatu titik; menjelaskan pengertian kapasitans suatu kapasitor; menjabarkan rumus kapasitans berbagai bentuk kapasitor; menghitung kapasitans berbagai bentuk rangkaian kapasitor; menghitung energi kapasitor; dan menjelaskan pengaruh dielektrik terhadap kapasitor.

A. Potensial Listrik

Dalam mekanika telah ditunjukkan bahwa gaya gravitasi bersifat konservatif. Gaya listrik mempunyai bentuk yang sama dengan gaya gravitasi umum, maka gaya listrik juga bersifat konservatif. Dengan demikian, dimungkinkan untuk mendefinisikan suatu fungsi energi potensial yang berkaitan dengan gaya listrik.

Jika suatu muatan uji q' diletakkan dalam medan listrik \vec{E} , gaya listrik pada q' adalah $q'\vec{E}$. Gaya ini adalah jumlah vektor dari gaya-gaya yang bekerja pada q' oleh berbagai muatan yang menghasilkan kuat medan \vec{E} . Masing-masing gaya yang memenuhi hukum Coulomb bersifat konservatif, sehingga gaya $q'\vec{E}$ juga bersifat konservatif. Kerja yang dilakukan oleh gaya listrik $q'\vec{E}$ pada muatan uji q' untuk perindahan yang sangat kecil ds adalah:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = -q' \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [3.1]$$

Menurut definisi, kerja yang dilakukan oleh gaya konservatif adalah negatif dari perubahan energi potensial (dU), sehingga:

$$dU = -q' \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [3.2]$$

Untuk suatu perpindahan muatan uji dari titik A ke B, perubahan energi potensialnya adalah:

$$\Delta U = U_B - U_A = -q' \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [3.3]$$

Integrasi dalam persamaan 3.3 dilakukan sepanjang lintasan yang dilalui oleh q' dari A ke B disebut integral garis atau integral lintasan. Gaya $q'\vec{E}$ bersifat konservatif, sehingga integral ini tidak bergantung pada lintasan yang dilalui antara titik A dan B. *Beda potensial antara titik A dan B ($V_B - V_A$) didefinisikan sebagai: perubahan energi potensial untuk satu satuan muatan.*

$$V_B - V_A = (U_B - U_A) / q' = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [3.4]$$

Karena energi potensial merupakan besaran skalar, maka potensial listrik juga suatu besaran skalar. Perhatikan bahwa perubahan energi potensial dari sebuah muatan adalah negatif dari kerja yang dilakukan oleh gaya listrik. Oleh karena itu, beda potensial listrik $V_B - V_A$ adalah kerja per satuan muatan yang harus dilakukan oleh

suatu gaya dari luar untuk memindahkan muatan uji q' dari A ke B tanpa menimbulkan perubahan pada energi kinetik muatan uji tersebut. Potensial listrik sering diberi harga nol pada suatu titik tertentu. Sebagai titik yang potensial listriknya nol, sering dipilih titik di tempat tak terhingga (suatu titik yang terpisah tak terhingga dari muatan yang menghasilkan medan listrik). Dengan pilihan ini, dapat dikatakan potensial listrik pada suatu titik sembarang adalah kerja yang diperlukan untuk membawa muatan uji q' dari titik di tak berhingga ke titik itu. Jadi, jika dipilih $V_\infty = 0$ di titik tak berhingga maka potensial listrik di suatu titik P yang dinyatakan dalam persamaan 3.4 dapat dituliskan dengan:

$$V(p) = - \int_\infty^p \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [3.5]$$

Karena beda potensial listrik adalah suatu ukuran energi per satuan muatan, maka satuan potensial listrik dalam SI adalah Joule/Coulomb (J/C) yang didefinisikan sama dengan Volt (V), sehingga:

$$1 \text{ J/C} = 1 \text{ V}$$

Dengan demikian kerja sebesar 1 J harus dikerjakan untuk memindahkan muatan 1 C melalui beda potensial sebesar 1 V. Persamaan 3.4 menunjukkan bahwa beda potensial juga mempunyai satuan yang sama dengan satuan \vec{E} dikalikan jarak. Ini berarti bahwa satuan \vec{E} (N/C) dapat dinyatakan sebagai V/m, sehingga:

$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

Satuan energi yang sering digunakan dalam Fisika Atom dan Fisika Inti adalah elektron volt yang didefinisikan sebagai *energi yang diperoleh sebuah elektron (proton) jika dipercepat melalui beda potensial sebesar 1 volt*. Karena $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$, dan muatan elementer besarnya $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, maka hubungan antara satuan elektron volt (eV) dengan satuan Joule adalah:

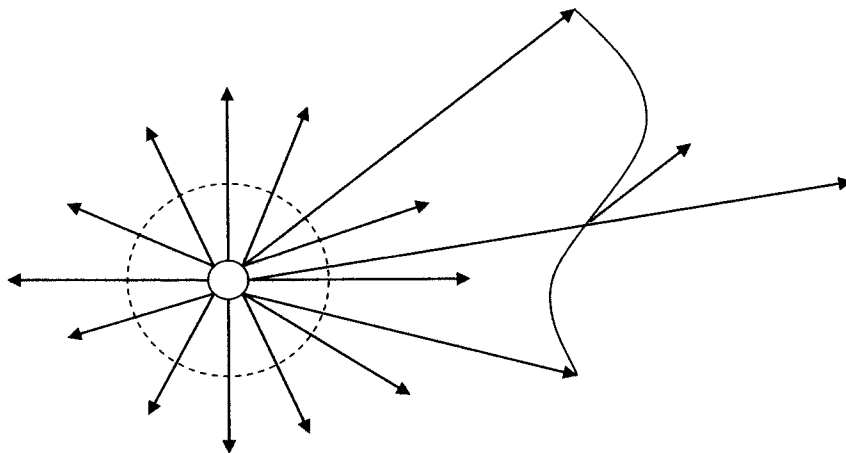
$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ CV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} \quad [3.6]$$

1. Potensial Listrik oleh Muatan Titik

a. Potensial Listrik oleh Satu Muatan Titik

Suatu muatan titik q menghasilkan medan listrik yang berarah radial (lihat Gambar 3.1). Akan dihitung beda potensial antara titik A dan B. Ambilah posisi muatan titik q sebagai pusat koordinat. Besar kuat medan listrik \vec{E} di suatu titik yang berjarak r dari muatan q adalah:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$



Gambar 3.1 Beda potensial antara titik A dan B yang ditimbulkan oleh muatan titik q hanya tergantung pada posisi awal r_A dan posisi akhir r_B

Perpindahan ds mempunyai komponen radial sebesar dr , yang merupakan satu-satunya komponen yang memberi sumbangan pada $\vec{E} \cdot ds$ (karena \vec{E} berarah radial), sehingga:

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= -\int_{r_A}^{r_B} E(r) dr \\ &= \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \int_{r_A}^{r_B} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right] \end{aligned}$$

Dari persamaan 3.7 tampak bahwa beda potensial listrik antara dua titik sembarang A dan B hanya bergantung pada jarak titik-titik A dan B ke muatan q (r_A dan r_B). Potensial acuan ($V = 0$) sering dipilih pada $r_A \rightarrow \infty$. Dengan pilihan tersebut potensial listrik yang dihasilkan oleh suatu titik muatan di suatu titik yang berjarak r adalah:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \dots\dots\dots [3.8]$$

Permukaan yang setiap titiknya mempunyai potensial listrik sama disebut permukaan ekipotensial. Dari persamaan 3.8 dapat disimpulkan bahwa permukaan-permukaan ekipotensial sebuah muatan titik merupakan permukaan-permukaan bola yang berpusat pada muatan tersebut seperti terlihat pada Gambar 3.1. Perhatikan bahwa permukaan-permukaan ekipotensial selalu tegak lurus terhadap garis-garis gaya listrik.

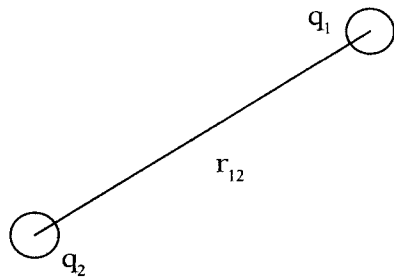
b. Potensial Listrik oleh Beberapa Muatan Titik

Potensial listrik total di suatu titik P yang dihasilkan oleh beberapa muatan titik adalah jumlah potensial listrik oleh masing-masing titik di titik tersebut. Perhitungan demikian ini berdasarkan prinsip superposisi yang berlaku pada potensial listrik karena sifatnya yang linear. Untuk suatu kumpulan muatan, potensial listrik total di titik P dapat ditulis dalam bentuk:

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \dots\dots\dots [3.9]$$

di mana r_i adalah jarak muatan q_i ke titik P

Perhatikan bahwa penjumlahan dalam persamaan 3.9 adalah suatu penjumlahan aljabar besaran skalar, sehingga perhitungannya amat sederhana. Selanjutnya perhatikan energi potensial sistem partikel bermuatan. Jika V_1 adalah potensial listrik yang ditimbulkan oleh muatan q_1 di titik P, maka kerja yang diperlukan untuk membawa muatan ke dua (q_2) dari tempat di tak terhingga ke titik P tanpa percepatan adalah $q_2 V_1$. Menurut definisi, kerja ini sama dengan energi potensial (U) dari sistem dua partikel bermuatan yang terpisah pada jarak r_{12} (lihat Gambar 3.2).



Gambar 3.2 Dua muatan q_1 dan q_2 yang terpisah pada jarak r_{12}

Dengan demikian, energi potensial dapat dinyatakan dengan:

$$U = q_2 V_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \dots\dots\dots [3.10]$$

Jika muatan-muatan tersebut sejenis, maka U bertanda positif dan sebaliknya. Hal ini sesuai dengan kenyataan bahwa muatan yang sejenis tolak-menolak sehingga kerja yang positif harus dilakukan pada sistem untuk membawa kedua muatan saling mendekati.

Secara umum, energi potensial yang dimiliki oleh kumpulan partikel bermuatan diperoleh melalui pejumlahan energi potensial setiap pasangan yang terdapat dalam kumpulan tersebut. Secara sistematis, hal ini dapat dituliskan dengan:

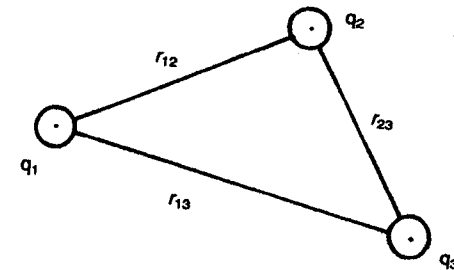
$$U_{total} = U_{12} + U_{13} + \dots + U_{1n} + U_{23} + U_{24} + \dots + U_{2n} + \dots + U_{(n-1)n}$$

atau

$$U_{total} = \sum_{j>i}^n \sum_{i=1}^{n-1} U_{ij} \dots\dots\dots [3.11]$$

di mana n menyatakan jumlah partikel, dan pembatasan $j > i$ diperlukan agar setiap pasangan tidak dihitung dua kali. Sebagai contoh, akan dihitung energi total tiga muatan titik berikut ini (Gambar 3.3):

$$U_{total} = U_{12} + U_{13} + U_{23} \\ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right]$$

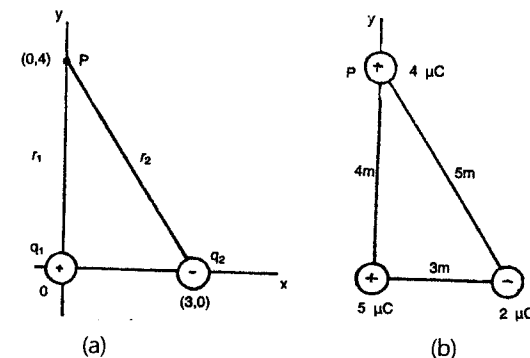


Gambar 3.3 Sistem tiga partikel bermuatan

Contoh 3.1

Suatu muatan titik $5\mu\text{C}$ diletakkan di pusat koordinat, dan muatan titik kedua sebesar $-2\mu\text{C}$ diletakkan pada posisi $(3,0)\text{m}$ seperti nampak pada Gambar 3.4a. Jika titik yang sangat jauh dipilih sebagai acuan nol potensial listrik, hitunglah:

- Potensial listrik total di titik $P(0,4)\text{ m}$.
- Kerja yang diperlukan untuk membawa muatan ketiga sebesar 4C dari tempat yang sangat jauh ke titik P , dan
- Energi potensial total sistem tiga muatan seperti diperlihatkan pada Gambar 3.4b.



Gambar 3.4 Sistem tiga partikel dari muatan positif dan negatif

Penyelesaian:

Potensial listrik total di P yang dihasilkan oleh dua muatan titik adalah:

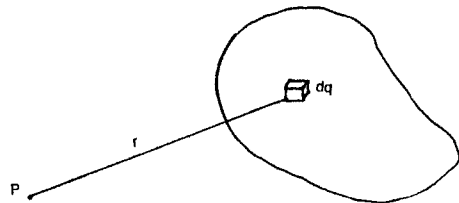
$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad V(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right] \\
 &= (9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}) \left[\frac{5 \cdot 10^{-6} C}{4 m} - \frac{2 \cdot 10^{-6} C}{5 m} \right] \\
 &= 7,65 \cdot 10^3 \text{ volt} \\
 \text{(b)} \quad W &= q_3 \cdot V(P) \\
 &= (4 \cdot 10^{-6} C) (7,65 \cdot 10^3 V) \\
 &= 3,06 \cdot 10^{-2} J \\
 \text{(c)} \quad U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right] \\
 &= 9 \cdot 10^9 \left[\frac{(5 \cdot 10^{-6}) (-2 \cdot 10^{-6})}{3} + \frac{(5 \cdot 10^{-6}) (4 \cdot 10^{-6})}{4} + \frac{(-2 \cdot 10^{-6}) (4 \cdot 10^{-6})}{5} \right] \\
 &= 6,0 \cdot 10^{-4} J
 \end{aligned}$$

2. Potensial Listrik oleh Muatan Terdistribusi Merata

Perhitungan potensial listrik yang terdistribusi secara merata dapat dilakukan dengan dua cara.

a. Pertama

Jika distribusi muatan diketahui, perhitungan potensial listrik dapat dimulai dengan persamaan 3.8, yaitu dengan cara membagi-bagi muatan yang terdistribusi atas elemen-elemen dq yang sangat kecil sehingga dapat diperlakukan sebagai muatan titik. Perhatikan Gambar 3.5 berikut ini.



Gambar 3.5 Potential listrik di P yang dihasilkan oleh muatan yang terdistribusi kontinu dapat dihitung dengan membagi muatan atas elemen-elemen dq dan menjumlahkan potensial yang dihasilkannya di P

Ditinjau dari elemen muatan dq yang berjarak r dari P, potensial listrik yang dihasilkan oleh dq di titik P adalah:

$$dV(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \dots\dots\dots [3.13]$$

Potensial listrik total di titik P diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan 3.13 hingga mencakup muatan yang terdistribusi:

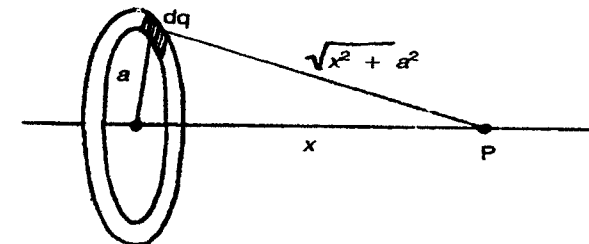
$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \dots\dots\dots [3.14]$$

Contoh 3.2

Tentukan potensial listrik di titik P yang terletak pada sumbu kawat lingkaran bermuatan serbasama dengan muatan total Q dan jari-jari a . Dari hasil perhitungan yang diperoleh, tentukan pula kuat medan listrik di titik P.

Penyelesaian:

Pilih sumbu kawat lingkaran sebagai sumbu X dengan pusat koordinat di pusat lingkaran, dan misalkan titik P berjarak x dari pusat lingkaran seperti pada Gambar 3.6



Gambar 3.6 Kawat lingkaran dengan pusat koordinasi di pusat lingkaran

Setiap elemen dq pada kawat berjarak sama terhadap titik P, yaitu $\sqrt{x^2 + a^2}$, dan menghasilkan potensial listrik di titik P sebesar:

$$dV(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Sehingga:

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + a^2}} \int_0^Q dq = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + a^2}} \dots\dots\dots [3.15]$$

Persamaan 3.15 menyatakan bahwa V hanya bergantung pada x untuk Q dan a tertentu. Hal ini tidak mengherankan sebab perhitungan tersebut hanya berlaku untuk titik-titik yang terletak pada sumbu x . Berdasarkan sifat simetri distribusi muatan, mudah diduga bahwa kuat medan listrik \vec{E} pada titik-titik yang terletak pada sumbu x hanya mempunyai komponen pada arah sumbu tersebut. Dalam hal ini, persamaan 3.15 dapat ditulis dalam bentuk:

$$V(x) = - \int_{\infty}^x \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{\infty}^x E_x dx \dots\dots\dots [3.16]$$

Sehingga \vec{E} dapat ditentukan melalui diferensial persamaan 3.16 yaitu:

$$\begin{aligned} E_x &= - \frac{dV}{dx} = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right] \\ &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{[x^2 + a^2]^{3/2}} \dots\dots\dots [3.17] \end{aligned}$$

Jadi, kuat medan listrik di titik P (yang berjarak x dari pusat koordinat) adalah:

$$\vec{E}(P) = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{[x^2 + a^2]^{3/2}} \hat{i} \dots\dots\dots [3.18]$$

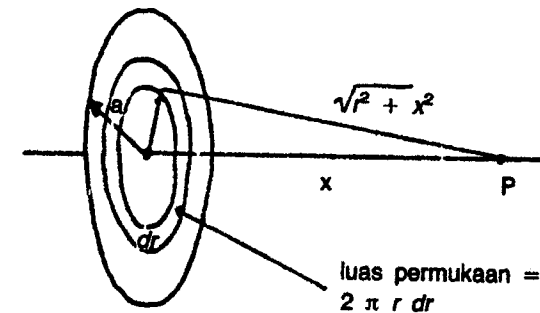
Bandingkan persamaan 3.18 dengan persamaan 2.10a.

Contoh 3.3

Tentukan potensial listrik di titik-titik yang terletak pada sumbu suatu piringan bermuatan serbasama dengan jari-jari a dan rapat muatan permukaan σ . Dari hasil perhitungan yang diperoleh tentukan pula kuat medan listrik di titik-titik tersebut.

Penyelesaian:

Pilih sumbu piringan sebagai sumbu x dengan pusat piringan sebagai pusat koordinat. Andaikan titik yang ditinjau (P) berjarak x dari pusat koordinat seperti pada gambar 3.7.



Gambar 3.7 Piringan dibagi menjadi cincin-cincin tipis yang konsentris dengan jari-jari r dan tebal dr

Piringan dapat dipandang sebagai kumpulan dari cincin-cincin konsentris dengan jari-jari mulai dari 0 hingga a . Perhatikan suatu cincin dari kumpulan tersebut yang berjari-jari r dan tebal dr , maka muatan yang dimiliki cincin tersebut adalah:

$$dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr$$

Potensial listrik yang dihasilkan cincin di titik P dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan 3.15 (periksa contoh 3.2) yaitu:

$$dV(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

Potensial listrik total di titik P :

$$\begin{aligned} V(x) &= - \int_{\infty}^x \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= - \int_{\infty}^x E_x dx \dots\dots\dots [3.18] \end{aligned}$$

Kuat medan listrik di titik P ditentukan dengan menggunakan persamaan 3.17:

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{d}{dx} \left[\sqrt{x^2 + a^2} - x \right] \\ = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right] \dots\dots\dots [3.18]$$

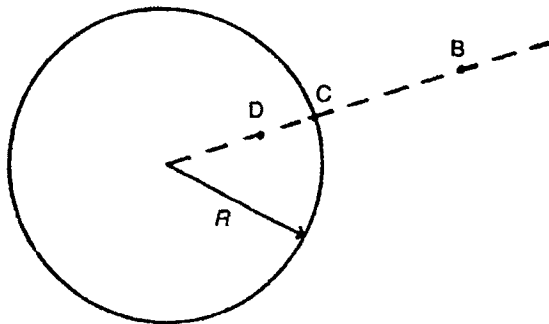
b. Kedua

Jika kuat medan listrik sudah diketahui atau mudah dihitung, potensial listrik dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (3.4) dan pemilihan potensial acuan yang sesuai.

Contoh 3.4

Suatu ruang bentuk bola dengan jari-jari R bermuatan serba sama dengan muatan lokal total Q . Dengan memilih titik dengan $r \rightarrow \infty$ sebagai acuan nol untuk potensial listrik nol, tentukan:

- Potensial listrik sebagai fungsi r di luar kota.
- Potensial listrik sebagai fungsi r di dalam bola, dan
- Buatlah sketsa grafik $V(r)$.



Gambar 3.8 Suatu bola bermuatan serba sama dengan muatan total sebesar Q , dan titik sembarang B, C, dan D.

Penyelesaian:

- Pada contoh 2.8, dengan hukum Gauss telah diperoleh bahwa besar kuat medan listrik di luar bola bermuatan serba sama adalah:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{untuk } r > R)$$

Sehingga: $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E r dr$

Dengan demikian potensial, listrik di suatu titik sembarang B di luar bola yang berjarak r dari pusat bola adalah:

$$V_B = -\int_r^\infty E r dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^\infty \frac{1}{r^2} dr$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (\text{untuk } r > R)$$

Perhatikan bahwa hasil tersebut identik dengan potensial listrik yang dihasilkan oleh sebuah muatan titik Q yang diletakkan di pusat bola. Selanjutnya, mengingat potensial listrik kontinu pada $r = R$, maka potensial listrik di sembarang titik C pada permukaan bola adalah:

$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

- Pada contoh 2.8 telah diperoleh bahwa kuat medan listrik \vec{E} di dalam bola yang bermuatan serba sama adalah:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3} \hat{r} \quad (\text{untuk } r < R)$$

Dengan menggunakan persamaan 3.4, beda potensial antara suatu titik di dalam bola (D) terhadap permukaan bola (C) adalah:

$$V_D - V_C = -\int_R^r \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_R^r E r dr \\ = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \int_R^r r dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2R^3} (R^2 - r^2)$$

Dengan menggunakan hasil yang diperoleh pada jawaban (a), yaitu:

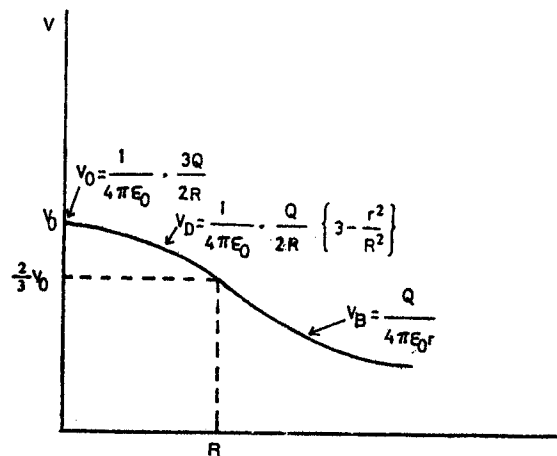
$$V_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

maka:

$$V_D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2R} \left[3 - \frac{r^2}{R^2} \right] \quad (\text{untuk } r > R)$$

Terlihat hasil terakhir yang diperoleh sesuai jawaban (a) untuk $r = R$.

(c) Sketsa grafik:



Gambar 3.9 Sketsa grafik $V_{(r)}$

Pada contoh 3.2 dan 3.3 telah ditunjukkan sepiintas tentang cara menghitung kuat medan listrik \vec{E} melalui potensial listrik V yang telah diperoleh atau dihitung sebelumnya. Pada uraian berikut, hal tersebut akan dijelaskan lebih rinci. Persamaan 3.4 menunjukkan hubungan antara besaran \vec{E} dan V . Bila kedua ruas persamaan 3.4 dideferensikan, diperoleh:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \dots\dots\dots [3.21]$$

Dalam koordinat Cartesian, ruas kiri dan kanan persamaan 3.21 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz \quad \dots\dots\dots [3.22]$$

$$\begin{aligned} \vec{E} \cdot d\vec{s} &= (E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}) \cdot (dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}) \\ &= E_x dx + E_y dy + E_z dz \quad \dots\dots\dots [3.23] \end{aligned}$$

Dari persamaan 3.21, 3.22, dan 3.23 dapat diperoleh kesimpulan:

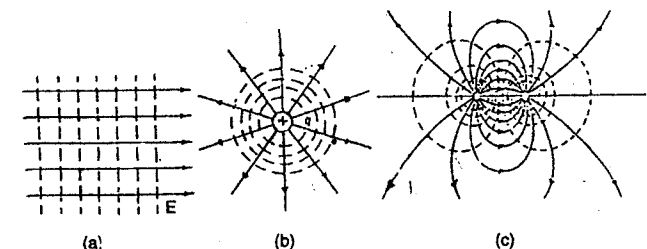
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad ; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad ; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad \dots\dots\dots [3.24]$$

Jika kuat medan listrik hanya mempunyai sebuah komponen, misalnya $\vec{E} = E \times \hat{i}$, sehingga persamaan 3.21 dapat dituliskan sebagai:

$$dV = E dr$$

$$\text{atau } Er = -\frac{dV}{dr} \quad \dots\dots\dots [3.25]$$

Dari persamaan 3.25 terlihat bahwa perubahan potensial terjadi hanya dalam arah radial dan tidak terjadi pada arah tegak lurus terhadap r . Jadi, V seperti halnya Er juga hanya merupakan fungsi dari r . Hal ini sesuai dengan pengertian bahwa permukaan ekuipotensial tegak lurus terhadap garis gaya seperti terlihat pada Gambar 3.10a dan Gambar 3.10b. Sketsa permukaan ekuipotensial yang dihasilkan oleh suatu dipol listrik diperlihatkan pada Gambar 2.10c.



Gambar 3.10 Permukaan ekuipotensial (garis-garis putus) tegak lurus terhadap kuat medan listrik (garis penuh)

Contoh 3.5

Diketahui bahwa potensial listrik di suatu daerah yang dipengaruhi oleh muatan yang terdistribusi dapat dinyatakan sebagai: $V = 3x^2y + y^2 + yz$. Tentukan kuat medan listrik di daerah tersebut.

Penyelesaian:

Komponen-komponen kuat medan listrik di daerah yang diminta dapat dihitung dengan menggunakan persamaan 3.24:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\delta V}{\delta x} = -\frac{\delta V}{\delta x} (3x^2y + y^2 + yz) \\ &= -\frac{\delta V}{\delta x} (3x^2y) = -6xy \end{aligned}$$

$$E_y = -\frac{\delta V}{\delta y} = -\frac{\delta V}{\delta y} (3x^2y + y^2 + yz) = -(3x^2 + 2y + z)$$

$$E_z = -\frac{\delta V}{\delta z} = -\frac{\delta V}{\delta z} (3x^2y + y^2 + yz) = -y$$

$$\text{Jadi } \vec{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} + E_z \mathbf{k} = -6xy \mathbf{i} - (3x^2 + 2y + z) \mathbf{j} - y \mathbf{k}$$

Contoh 3.6

Gunakan fungsi potensial yang dihasilkan suatu muatan titik untuk menghitung kuat medan listrik di suatu titik yang berjarak r dari muatan tersebut.

Penyelesaian:

Potensial listrik di suatu titik yang berjarak r dari muatan titik q adalah:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Terlihat bahwa V hanya bergantung pada r saja, berarti mempunyai simetri bola, sehingga besar kuat medan listrik dapat dihitung dengan menggunakan persamaan 3.25.

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \right)$$

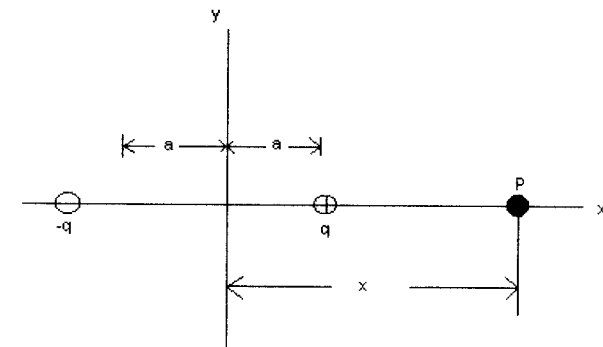
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{atau} \quad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}$$

Perhatikan bahwa hasil tersebut sesuai dengan hasil yang dihitung dengan menggunakan hukum Gauss.

Contoh 3.7

Suatu dipol listrik terdiri atas dua muatan titik yang samabesar tetapi tidak sejenis dan terpisah pada jarak $2a$ seperti pada Gambar 3.11. Hitung potensial listrik dan kuat medan listrik di P yang terletak pada jarak x dari pusat dipol, dengan $x \gg a$.

Penyelesaian:



Gambar 3.11 Suatu dipol listrik yang terletak pada sumbu x potensial listrik dititik P

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{x-a} - \frac{q}{x+a} \right] \\ &= \frac{2qa}{4\pi\epsilon_0 (x^2 - a^2)} \end{aligned}$$

$$\text{Untuk } x \gg a, \text{ maka } V = \frac{2qa}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

Kuat medan listrik \vec{E} dititik P hanya dalam arah sumbu x saja, sehingga:

$$\vec{E} = \vec{E}_x = \frac{dV}{dx} = \frac{4 qa}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

atau

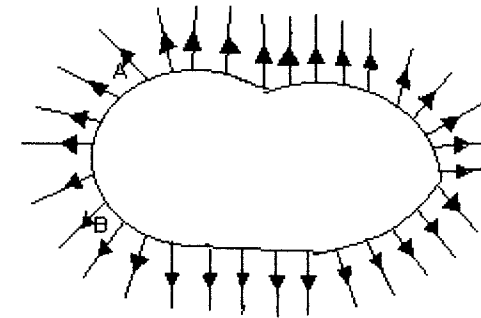
$$\vec{E} = \frac{4 qa}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

Catatan:

Berdasarkan hasil perhitungan terlihat bahwa potensial listrik oleh dipol $\sim 1/x^2$ (bandingkan dengan potensial oleh muatan listrik $1/x^2$), dan kuat medan oleh dipol $1/x^3$ (bandingkan dengan kuat medan listrik oleh muatan titik yang $1/x^2$). Selanjutnya akan diuraikan potensial listrik suatu konduktor bermuatan. Pada subpokok bahasan II.5 (konduktor dalam kesetimbangan elektrostatika) telah diuraikan bahwa jika suatu konduktor bermuatan berada dalam kesetimbangan elektrostatika, maka:

- (1) muatan totalnya berada pada permukaan luar konduktor;
- (2) kuat medan listrik di dalam konduktor 0;
- (3) kuat medan listrik tepat pada permukaan konduktor tegak lurus permukaan konduktor.

Pada bagian ini akan ditunjukkan sifat yang keempat, yaitu setiap titik pada konduktor bermuatan yang dalam kesetimbangan elektrostatika mempunyai potensial sama besar. Perhatikan dua titik sembarang A dan B pada permukaan konduktor bermuatan (Gambar 3.12) di mana sepanjang lintasan pada permukaan konduktor yang menghubungkan kedua titik tersebut kuat medan listrik \vec{E} tegak lurus perpindahan ds , sehingga $\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$.



Gambar 3.12 Suatu konduktor bermuatan dengan bentuk sembarang.

Kuat medan di dalam konduktor yang dalam kesetimbangan elektrostatik sama dengan nol, dan tepat di luar konduktor arahnya tegak lurus permukaan. Dengan persamaan 3.4, beda potensial listrik antara titik A dan B adalah:

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

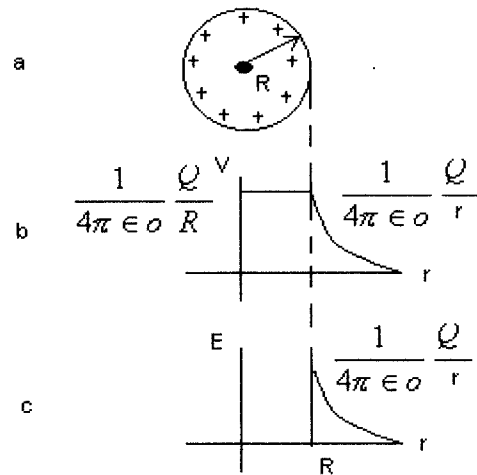
Hal ini berlaku untuk setiap dua titik pada permukaan konduktor, sehingga dapat disimpulkan bahwa *potensial listrik V berharga konstan pada seluruh permukaan konduktor*. Dengan kata lain, *permukaan suatu konduktor bermuatan yang dalam kesetimbangan selalu merupakan permukaan ekipotensial*. Karena kuat medan listrik \vec{E} di dalam konduktor bermuatan berharga nol, maka dapat disimpulkan juga bahwa *potensial listrik di setiap titik di dalam konduktor berharga konstan dan sama dengan harga potensial listrik pada permukaan konduktor*.

Hal ini berarti tidak diperlukan kerja untuk memindahkan muatan uji dari bagian dalam ke permukaan konduktor. Perhatikan bahwa di dalam konduktor potensial listrik tidak sama dengan nol, meskipun kuat medan listriknya sama dengan nol. Sebagai contoh, perhatikan suatu bola logam pejal berjari R dan permukaan positif q (Gambar 3.13 a). Kuat medan listrik di luar bola adalah:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{r}$$

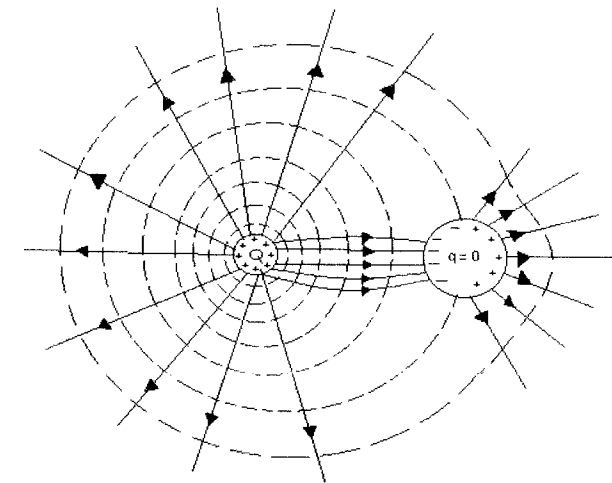
Dengan menggunakan persamaan 3.4, dapat ditunjukkan bahwa potensial listrik di luar bola adalah: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$, dan potensial listrik di

dalam dan permukaan bola adalah: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$, relatif terhadap tempat di tak berhingga. Gambar 3.13b menunjukkan grafik potensial listrik V sebagai fungsi r , sedangkan Gambar 3.13c adalah grafik kuat medan listrik \vec{E} sebagai fungsi r .



Gambar 3.13 Sketsa grafik $V(r)$ dan $E(r)$ yang dihasilkan oleh bola logam berjari-jari R dan bermuatan $+Q$

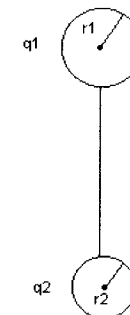
Bila konduktor tidak berbentuk bola (seperti pada Gambar 3.12), maka rapat muatan permukaan (σ) berharga besar pada bagian-bagian yang jari-jari kelengkungannya kecil dan sebaliknya. Karena kuat medan listrik \vec{E} tepat pada permukaan konduktor berbanding lurus dengan σ , maka kuat medan listrik pada tempat-tempat atau titik-titik dengan jari-jari kelengkungan kecil (bagian-bagian yang runcing) berharga sangat besar. Gambar 3.14 menunjukkan garis-garis gaya listrik di sekitar dua konduktor bola. Bola pertama bermuatan Q dan bola kedua tidak bermuatan. Dalam hal ini, rapat muatan permukaan tidak serba sama pada kedua bola. Bola di sebelah kanan dengan muatan total nol, mempunyai muatan terinduksi negatif pada bagian yang menghadap bola bermuatan, dan muatan induksi positif pada sisi yang berlawanan. Garis putus-putus menggambarkan permukaan ekuipotensial. Garis-garis gaya listrik tegak lurus permukaan konduktor bola dan juga tegak lurus pada permukaan-permukaan ekuipotensial.



Gambar 3.14 Induksi muatan pada bola konduktor dan permukaan-permukaan ekuipotensial serta garis-garis gaya yang dihasilkannya

Contoh 3.8

Dua bola konduktor berjari-jari r_1 dan r_2 terpisah pada suatu jarak yang jauh lebih besar daripada jari-jari kedua bola. Kedua bola dihubungkan dengan kawat penghantar seperti terlihat pada Gambar 3.15. Jika dalam kesetimbangan elektrostatis muatan masing-masing bola adalah q_1 dan q_2 , tentukan perbandingan besar kuat medan listrik pada permukaan kedua bola.



Gambar 3.15 Dua bola konduktor yang terpisah jauh dan dalam kesetimbangan elektrostatis

Penyelesaian:

Kedua bola dihubungkan dengan kawat penghantar, pada kesetimbangan elektrostatik keduanya mempunyai potensial listrik sama.

$$V = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$
$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

Kedua bola terpisah pada jarak yang jauh (dibandingkan jari-jarinya) sehingga muatan pada kedua bola dapat dianggap tersebar secara merata pada permukaan bola, dan kuat medan listrik pada permukaan masing-masing bola adalah:

$$\bar{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$\bar{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2}$$

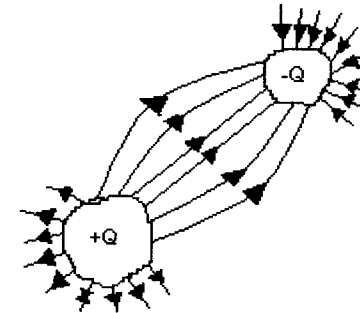
Dengan menggunakan hasil-hasil yang diperoleh tersebut, maka:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

kapasitansi. Besarnya kapasitansi suatu *kapasitor* tergantung pada bentuk geometri dan bahan yang memisahkan kedua konduktor tersebut yang dinamakan dielektrik.

1. Kapasitor

Gambar 3.16 memperlihatkan dua konduktor. Tanpa memperhatikan bentuk geometrinya, konduktor tersebut akan dinamakan plat 0 dengan beda potensial V dan muatan yang sama tetapi tidak sejenis. Hal ini dilakukan dengan menghubungkan kedua konduktor dengan kutub-kutubnya sebuah baterai. Kombinasi konduktor bermuatan seperti itu merupakan suatu alat yang disebut *kapasitor*.



Gambar 3.16 Kapasitor yang terdiri dari dua konduktor dengan muatan sama tetapi berlawanan tanda.

Pada uraian selanjutnya muatan positif salah satu konduktor akan disebut muatan kapasitor dan beda potensial antara kedua konduktor akan disebut dengan beda potensial kapasitor. Besar beda potensial V berbanding lurus dengan muatan kapasitor Q , atau dengan kata lain hasil bagi muatan dan beda potensial suatu kapasitor berharga konstan. Hasil bagi tersebut selanjutnya didefinisikan sebagai kapasitansi C . Secara matematis dituliskan dengan:

$$C = \frac{Q}{V} \dots\dots\dots [3.26]$$

Perhatikan bahwa kapasitansi C selalu merupakan besaran positif sehingga Q dan V pada persamaan 3.26 selalu diambil harga positifnya. Dengan bertambahnya muatan Q , akan bertambah juga

B. Kapasitansi

Pada bagian ini akan diuraikan mengenai kapasitor, yaitu suatu alat yang dapat menyimpan muatan listrik. Kapasitor banyak digunakan dalam berbagai rangkaian listrik, misalnya untuk memilih atau mengatur frekuensi pada alat penerima (radio), sebagai filter dalam alat catu daya, untuk menghilangkan loncatan bunga api listrik dalam sistem pembakaran otomobil dan lain-lain. Pada prinsipnya kapasitor terdiri dari dua konduktor dengan muatan sama tetapi berlawanan tandanya. Kemampuan *kapasitor* untuk menyimpan muatan diukur dengan besaran yang disebut dengan

beda potensialnya, tetapi hasil bagi Q/V selalu berharga konstan. Kapasitansi dalam SI mempunyai satuan Coulomb per Volt (C/V) yang disebut Farad (F), dengan demikian:

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

Dalam praktek, Farad merupakan satuan yang sangat besar sehingga sering digunakan satuan yang lebih kecil yaitu mikro Farad (μF) dan piko Farad (pF), di mana:

$$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F} \text{ dan } 1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$$

Pada uraian berikut ini akan terlihat bahwa kapasitansi suatu kapasitor bergantung pada susunan geometri dari kapasitor. Perhatikan suatu konduktor bola yang terisolasi dengan jari-jari R dan bermuatan Q (konduktor bola ini dapat dianggap sebagai suatu kapasitor dengan menganggap konduktor kedua suatu kulit bola yang konsentris dengan jari-jari tak berhingga). Potensial bola adalah:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

Sehingga kapasitas konduktor:

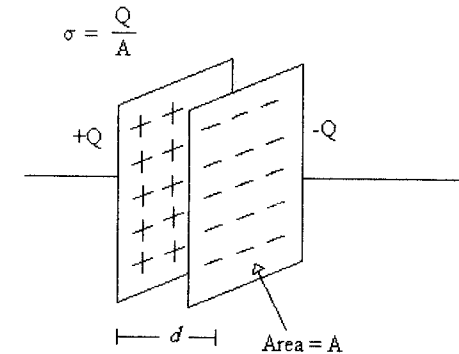
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}} = 4\pi\epsilon_0 R \dots\dots\dots [3.27]$$

Persamaan 3.27 menunjukkan bahwa kapasitansi konduktor bola bermuatan yang terisolasi berbanding lurus dengan jari-jarinya dan tidak bergantung pada muatan maupun potensialnya. Hal ini mengukuhkan pengamatan eksperimen bahwa C adalah suatu tetapan, dan muatan Q sebanding dengan potensial V .

Berikut ini akan diuraikan tiga bentuk kapasitor yang sering dijumpai, yaitu kapasitor plat sejajar, kapasitor silinder koaksial, dan kapasitor bola konsentris. Dalam contoh-contoh tersebut dimisalkan bahwa ruang di antara konduktor penyusun kapasitor merupakan ruang hampa.

a. Kapasitor Plat Sejajar

Gambar 3.17 menunjukkan dua plat sejajar yang masing-masing luasnya A dan terpisah pada jarak d . Plat pertama bermuatan $+Q$ dan yang lainnya $-Q$. Besarnya muatan persatuan luas σ adalah:



Gambar 3.17 Kapasitor plat sejajar

Jika jarak d sangat kecil dibandingkan dengan ukuran plat, pengaruh bagian tepi dapat diabaikan dan kuat medan listrik di antara kedua plat dapat dianggap serba sama. Menurut persamaan 2.23 besar kuat medan listrik \vec{E} di antara kedua plat adalah:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Beda potensial antara kedua plat:

$$V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

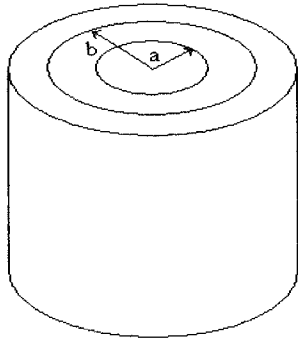
sehingga kapasitansi suatu kapasitor plat sejajar adalah:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Jadi, kapasitansi suatu kapasitor plat sejajar berbanding lurus dengan luas masing-masing plat dan berbanding terbalik dengan jarak kedua plat.

b. Kapasitor Silinder Koaksial

Kapasitor silinder koaksial (selanjutnya akan disebut dengan kapasitor silinder) terdiri atas sebuah silinder konduktor berjari-jari a dan sebuah selubung silinder pertama (Gambar 3.18).



Gambar 3.18 Kapasitor silinder dengan jari-jari dalam a , jari-jari luar b , dan panjang l

Jika kapasitor tersebut dihubungkan dengan suatu baterai, maka akan terjadi perpindahan di antara kedua silinder sampai muatan pada silinder-silinder tersebut menghasilkan beda potensial yang tepat sama dengan beda potensial baterai. Andaikan muatan kapasitor silinder adalah Q , dengan menganggap panjang silinder l jauh lebih besar daripada a maupun b , pengaruh bagian tepi kapasitor dapat diabaikan. Dengan demikian, kuat medan listrik yang dihasilkan kapasitor dapat dianggap terbatas hanya pada ruang di antara kedua silinder. Dengan menggunakan Hukum Gauss, dapat dihitung kuat medan listrik di antara kedua silinder, yaitu:

$$Er = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l r} \quad (\text{buktikan})$$

Beda potensial kapasitor dapat dihitung dengan menggunakan persamaan 3.4:

$$V = |V_a - V_b| = \left| -\int_a^b Er \cdot dr \right|$$

$$V = \left| -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_a^b \frac{dr}{r} \right| = \left| -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{b}{a} \right|$$

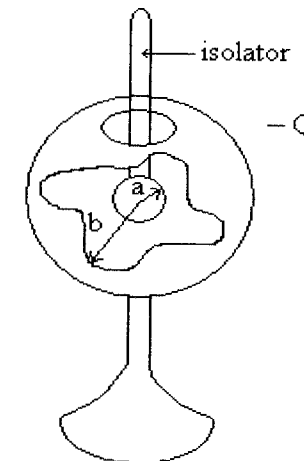
$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{b}{a}$$

Dari hasil tersebut, dapat dihitung kapasitansi kapasitor silinder yaitu:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(b/a)} \dots\dots\dots [3.29]$$

c. Kapasitor Bola Konsentris

Kapasitor bola konsentris (selanjutnya disebut kapasitor bola) terdiri atas sebuah bola konduktor berjari-jari a yang diselubungi oleh kulit bola yang konsentris dengan jari-jari b , seperti terlihat pada Gambar 3.19 berikut ini.



Gambar 3.19 Kapasitor bola dengan jari-jari dalam a dan jari-jari luar b

Andaikan bola dalam muatan $+Q$ dan bola luar bermuatan $-Q$, maka kuat medan listrik yang dihasilkan kapasitor tersebut hanya terbatas pada ruang di antara kedua bola. Dengan menggunakan Hukum Gauss, dapat dihitung kuat medan listrik \vec{E} , yaitu:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \quad \text{untuk } a < r < b$$

Beda potensial pada kapasitor

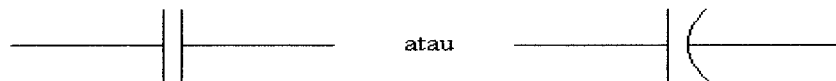
$$\begin{aligned} V = |V_b - V_a| &= \left| -\int_a^b E_r dr \right| = \left| -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} \right| \\ &= \left| \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \right| = \left| \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(a-b)}{ab} \right| \\ V &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(b-a)}{ab} \end{aligned}$$

Jadi kapasitansi kapasitor bola adalah:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{4\pi\epsilon_0 ba}{(b-a)}$$

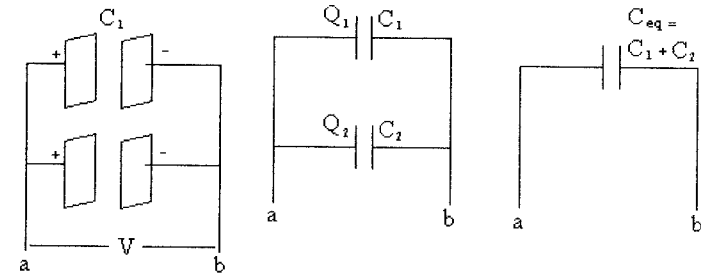
2. Rangkaian Kapasitor

Dua atau lebih kapasitor sering dirangkai atau dihubungkan secara paralel, seri maupun gabungan paralel dan seri. Rangkaian beberapa kapasitor tersebut dapat diganti dengan satu kapasitor yang sama nilainya. Kapasitansi dari kapasitor pengganti tersebut dinamakan kapasitansi ekuivalen atau kapasitansi pengganti. Simbol yang sering dipakai untuk menggambarkan kapasitor dalam suatu rangkaian adalah:



a. Rangkaian Paralel

Dua kapasitor dihubungkan secara paralel seperti pada Gambar 3.20 yang dikenal sebagai rangkaian paralel kapasitor. Jika plat-plat di sebelah kiri kapasitor-kapasitor tersebut dihubungkan dengan kawat konduktor ke kutub a (+) sebuah baterai, sedangkan plat-plat sebelah kanan dihubungkan ke kutub b (-), maka kapasitor-kapasitor tersebut memiliki beda potensial yang sama (V).



Gambar 3.20 Dua kapasitor terhubung paralel dapat diganti dengan sebuah kapsitor pengganti

Muatan masing-masing kapasitor adalah:

$$Q_1 = C_1 V \text{ dan } Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$$

Muatan total kedua kapasitor adalah:

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$$

Kapasitansi ekuivalen:

$$C_{ek} = \frac{Q}{V} = C_1 + C_2 \dots\dots\dots [3.31]$$

Dengan demikian, C_1 dan C_2 yang dihubungkan secara paralel dapat diganti dengan sebuah kapasitor dengan kapasitas C_{ek} , yang menyimpan muatan Q yang sama jika beda potensial V .

Jika rangkaian terse diperluas untuk n kapastitor yang dihubungkan paralel, kapasitans ekuivalen.

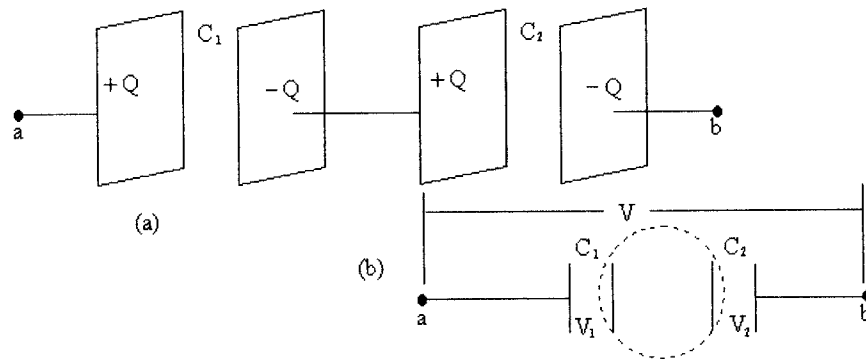
$$\begin{aligned} C_{ek} &= C_1 + C_2 + C_3 + \dots\dots\dots + C_n \\ &= \sum_{i=1}^n C_i \dots\dots\dots [3.32] \end{aligned}$$

Dari persamaan (3.31) dan persamaan (3.32) terlihat bahwa kapasitansi ekuivalen suatu rangkaian paralel kapasitor *selalu lebih besar* daripada kapasitansi masing-masing kapasitor.

b. Rangkaian Seri

Perhatikan dua kapasitor yang dihubungkan seri seperti pada Gambar 3.21. Pada rangkaian kapasitor seri, masing-masing kapasitor

harus mempunyai muatan sama. Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut: Jika rangkaian seri tersebut dihubungkan dengan sumber tegangan (baterai), maka plat kiri kapasitor C_1 bermuatan positif Q . Akibatnya, plat kanan kapasitor C_1 akan menarik elektron-elektron dari plat kiri kapasitor C_2 sehingga plat kanan kapasitor C_1 bermuatan $-Q$, dan plat kiri kapasitor C_2 bermuatan $+Q$ selanjutnya plat kanan kapasitor C_2 menarik elektron bebas plat kiri kapasitor C_1 melalui sumber tegangan sehingga bermuatan $-Q$.



Gambar 3.21 Dua kapasitor terhubung seri

Beda potensial masing-masing kapasitor adalah:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad \text{dan} \quad V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

Beda potensial antara a dan b pada rangkain seri tersebut:

$$V_{ab} = V = V_1 + V_2$$

$$\text{atau } V = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$C_{ek} = \frac{Q}{V} \quad \text{atau} \quad V = \frac{Q}{C_{ek}}$$

sehingga kapasitansi ekuivalen:

$$\frac{1}{C_{ek}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \dots\dots\dots [3.33]$$

Jika n kapasitor dihubungkan serti, maka kapasitansi ekuivalen adalah:

$$\frac{1}{C_{ek}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

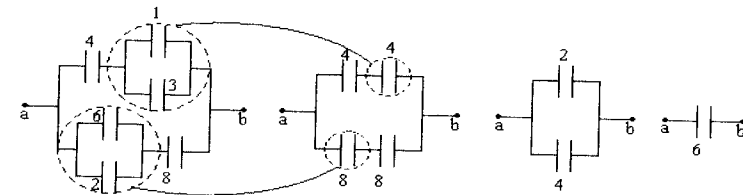
atau

$$\frac{1}{C_{ek}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \dots\dots\dots [3.4]$$

Hal ini menunjukkan bahwa kapasitansi ekuivalen suatu rangkaian kapasitor seri selalu lebih kecil dari kapasitansi masing-masing kapasitor.

Contoh 3.9

Tentukan kapasitansi ekuivalen (pengganti) antara titik a dan b pada rangkaian kapasitor seperti nampak pada Gambar 3.22, jika kapasitansi masing-masing kapasitor tersebut dinyatakan dalam satuan μF .



Gambar 3.22 Beberapa kapasitor yang terhubung secara seri dan paralel

Penyelesaian:

Dengan menggunakan persamaan 3.31 dan persamaan 3.33, rangkaian kapasitor tersebut setahap demi setahap dapat disederhanakan seperti terlihat pada Gambar 3.22, sehingga akhirnya diperoleh kapasitansi pengganti sebesar $6 \mu\text{F}$.

3. Energi Kapasitor

Proses memuati kapasitor tidak lain adalah memindahkan muatan bebas (elektron) dari plat yang potensialnya lebih rendah ke plat

lain yang potensialnya lebih tinggi. Jadi, diperlukan kerja untuk memuati kapasitor. Perhatikan kapasitor plat sejajar, pada keadaan awal tidak bermuatan, sehingga beda potensialnya nol. Kapasitor tersebut kemudian dimuati (dihubungkan dengan baterai) sehingga pada suatu saat muatannya q dan beda potensialnya adalah:

$$V = \frac{q}{C}$$

Kerja yang diperlukan untuk memindahkan muatan dq dari plat yang bermuatan $-q$ ke plat yang bermuatan $+q$ adalah:

$$dW = Vdq = \frac{q}{C} dq$$

Kerja total yang diperlukan untuk memuati atau mengisi kapasitor tersebut dari $q = 0$ hingga muatan akhir $q = Q$ adalah:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Kerja yang dilakukan dalam proses pengisian tersebut dapat dipandang sebagai energi potensial (U) yang tersimpan di dalam kapasitor. Karena $Q = CV$, maka besar energi elektrostatis yang tersimpan di dalam kapasitor adalah:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 \quad [3.35]$$

Hubungan pada persamaan 3.35 berlaku untuk setiap kapasitor, bagaimanapun bentuk geometrinya. Energi yang tersimpan dalam kapasitor dapat dianggap tersimpan dalam medan listrik antara kedua plat kapasitor. Anggapan ini beralasan, mengingat kuat medan listrik \vec{E} berbanding lurus dengan muatan pada plat. Untuk kapasitor plat sejajar, beda potensial kedua plat $V = \vec{E} \cdot d$, kapasitansnya $C = \epsilon_0 A/d$, sehingga energi yang tersimpan:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot E^2 d^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 A d E^2$$

$A \cdot d$ menyatakan volume kapasitor, sehingga energi persatuan volume (U) yang sering disebut rapat energi adalah:

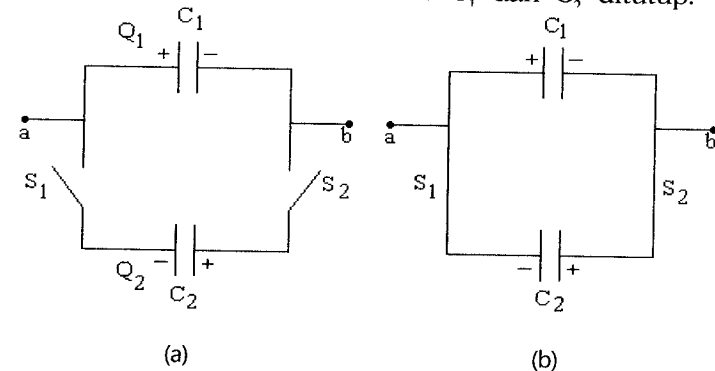
$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A d E^2}{A d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad [3.36]$$

Meskipun persamaan 3.36 diturunkan untuk kapasitor plat sejajar, tetapi berlaku secara umum. Dengan demikian, rapat energi dalam medan listrik pada suatu titik berbanding lurus dengan kuadrat kuat medan listrik di titik tersebut.

Contoh 3.10

Dua kapasitor dengan kapasitansi C_1 dan C_2 mula-mula mempunyai beda potensial yang sama (Gambar 3.23a), kemudian dihubungkan dengan cara seperti terlihat pada Gambar 3.23b, yaitu plat positif kapasitor yang satu dihubungkan dengan plat negatif kapasitor yang lain. Jika $C_1 > C_2$ tentukanlah:

- Beda potensial antara a dan b setelah saklar S_1 dan S_2 ditutup, dan
- Energi elektrostatis yang tersimpan dalam kedua kapasitor sebelum dan sesudah saklar S_1 dan S_2 ditutup.



Gambar 3.23 Dua kapasitor mula-mula mempunyai potensial sama V_0 , plat-plat yang muatannya tak sejenis saling dihubungkan

Penyelesaian:

- Misalkan beda potensial masing-masing kapasitor sebelum dihubungkan adalah V_0 , maka muatan masing-masing kapasitor sebelum dihubungkan adalah:

$$Q_1 = C_1 V_0 \quad \text{dan} \quad Q_2 = C_2 V_0$$

Jika kedua plat dihubungkan seperti pada gambar, maka muatan total plat-plat yang berhubungan adalah:

$$Q = Q_1 - Q_2 = (C_1 - C_2) V_0$$

Muatan-muatan tersebut akan mengatur diri sedemikian rupa sehingga muatan-muatan pada kedua kapasitor tersebut akan menghasilkan beda potensial yang sama pada kedua kapasitor (Gambar 3.23b), atau dengan kata lain kedua kapasitor tersebut kini terhubung secara paralel, sehingga:

$$V = \frac{Q_{total}}{C_{ek}} = \frac{(C_1 - C_2)}{(C_1 + C_2)} V_0$$

- (b) Energi elektrostatis yang tersimpan dalam kedua kapasitor sebelum dihubungkan adalah:

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2 \\ &= \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2 \end{aligned}$$

setelah kedua kapasitor dihubungkan:

$$\begin{aligned} U_f &= \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2 \\ &= \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2 \\ &= \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \left[\frac{(C_1 - C_2)}{(C_1 + C_2)} \right]^2 V_0^2 \left[\frac{(C_1 + C_2)}{(C_1 - C_2)} \right]^2 U_i \end{aligned}$$

Terlihat bahwa energi elektrostatis yang tersimpan dalam kedua kapasitor setelah dihubungkan lebih kecil daripada sebelum dihubungkan. Hal ini disebabkan sebagian energi elektrostatis berubah menjadi bentuk energi lain, yaitu kalor dan radiasi elektromagnetik selama proses perpindahan muatan berlangsung.

C. Dielektrik

Dielektrik adalah bahan yang tidak memiliki elektron bebas. Pada kebanyakan kapasitor, ruang di antara kedua plat diisi dengan bahan dielektrik agar dengan ukuran yang kecil diperoleh kapasitansi yang besar. Hal ini disebabkan harga kapasitansi akan bertambah dengan faktor k jika seluruh ruang di antara kedua plat diisi dengan bahan dielektrik. k merupakan suatu besaran tak berdimensi yang menggambarkan kemampuan dielektrik untuk mengurangi atau memperoleh medan listrik luar di dalam dielektrik dan disebut dengan tetapan dielektrik.

1. Kapasitor dengan Dielektrik

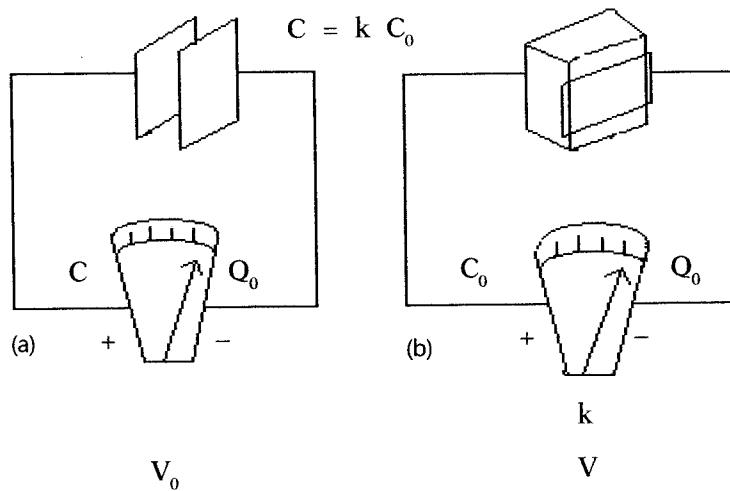
Perhatikan sebuah kapasitor plat sejajar yang mempunyai kapasitansi C tanpa adanya dielektrik. Kapasitor tersebut dihubungkan dengan sebuah baterai sehingga mempunyai muatan Q dan beda potensial V . Baterai tersebut kemudian dilepaskan dari kapasitor, dan kapasitor dihubungkan dengan voltmeter (Gambar 3.24a). Jika ruang di antara plat-plat kapasitor diisi dengan bahan dielektrik, ternyata pembacaan pada voltmeter berkurang dengan faktor k (Gambar 3.24b), atau:

$$V = \frac{V_0}{k} < V_0, \text{ yang berarti } k > 1$$

Faktor k yang khas bahan tertentu, disebut tetapan dielektrik. Selama percobaan tersebut tidak ada perpindahan muatan yang terjadi pada kapasitor, sehingga perubahan beda potensial pada kapasitor pastilah disebabkan oleh adanya perubahan harga kapasitansi.

$$C = \frac{Q_0}{V} = \frac{Q_0}{V_0/k} = k \frac{Q_0}{V_0}$$

atau



Gambar 3.24 Kapasitor yang disisipi bahan dielektrik mempunyai kapasitansi lebih besar

Secara umum: *kapasitansi kapasitor bertambah dengan faktor k, jika seluruh ruang di antara plat-plat kapasitor diisi dengan dielektrik.*

Untuk kapasitor plat sejajar: $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$, sehingga dengan adanya dielektrik kapasitansi kapasitor tersebut akan menjadi:

$$C = k\epsilon_0 \frac{A}{d} \dots\dots\dots [3.38]$$

Contoh 3.11

Luas plat kapasitor plat sejajar 6 cm², satu sama lain dipisahkan oleh kertas setebal 1 mm. Jika tetapan dielektrik kertas adalah 3,7 dan kekuatan dielektriknya 1,6x10⁷ V/m: (a) tentukan kapasitansnya, (b) hitung muatan maksimum yang dapat disimpan dalam kapasitor, (c) hitung energi maksimum pada kapasitor.

Penyelesaian:

(a) $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$

$$= 3,7 (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}) (6 \times 10^{-4}/10^{-3} \text{ m}^2/\text{m})$$

$$= 19,6 \times 10^{-12} \text{ F} = 19,6 \text{ pF}$$

(b) Kekuatan dielektrik adalah suatu besaran yang menyatakan kuat medan maksimum yang masih dapat ditahan sebelum sifat dielektrik bahan berubah.

$$V_{\text{maks}} = \bar{E}_{\text{maks}} \cdot d$$

$$= (1,6 \times 10^7 \text{ V/m})(10^{-3} \text{ m})$$

$$= 1,6 \times 10^4 \text{ Volt}$$

$$Q_{\text{maks}} = C V_{\text{maks}}$$

$$= (19,6 \text{ pF})(1,6 \times 10^4 \text{ Volt})$$

$$= 0,31 \text{ C}$$

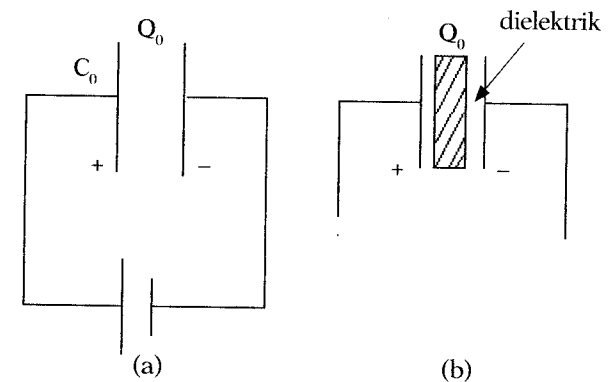
(c) $U_{\text{maks}} = \frac{1}{2} C V_{\text{maks}}^2$

$$= \frac{1}{2} (19,6 \times 10^{-12} \text{ F})(1,6 \times 10^4 \text{ V})^2$$

$$= 2,5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Contoh 3.12

Sebuah kapasitor plat sejajar dihubungkan dengan baterai sehingga bermuatan Q_0 seperti nampak pada Gambar 3.25a. Jika baterai dilepaskan dari kapasitor dan sel lembar dielektrik dengan tetapan dielektrik k disisipkan di antara kedua plat (lihat Gambar 3.25b), tentukan energi yang tersimpan dalam kapasitor sebelum dan sesudah disisipi dielektrik.



Gambar 3.25 Kapasitor bermuatan Q_0 sebelum dan sesudah disisipi dielektrik

Penyelesaian:

Energi elektrostatis yang tersimpan di dalam kapasitor sebelum disisipi dielektrik adalah:

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{Q_0^2}{2C_0}$$

Setelah baterai dilepas dan dielektrik disisipkan dalam kapasitor muatan yang tersimpan dalam kapasitor tetap sebesar Q_0 sehingga energi yang tersimpan dalam kapasitor:

$$U = \frac{Q_0^2}{2C_0}$$

Dengan adanya dielektrik di dalam kapasitor, maka

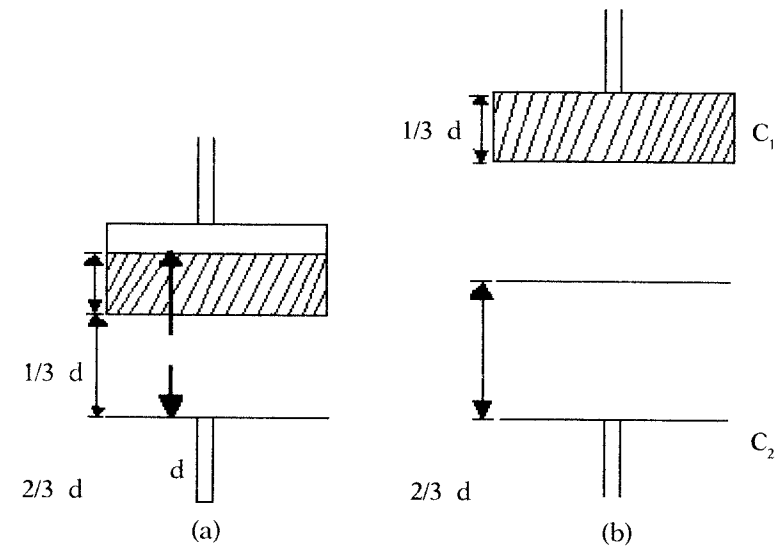
$$C = kC_0 \text{ sehingga: } U = \frac{Q_0^2}{2kC_0}$$

$$U = \frac{U_0}{k}$$

Hasil perhitungan tersebut menunjukkan bahwa energi yang tersimpan dalam kapasitor berkurang, sebab $k > 1$. Hal ini dapat dipahami dengan memerhatikan bahwa untuk memasukkan dielektrik ke dalam kapasitor gaya luar harus melakukan kerja negatif untuk mempertahankan dielektrik agar tidak dipercepat. Kerja dari gaya luar tersebut tepat sama dengan $U - U_0$, dan secara singkat dapat dikatakan bahwa sistem melakukan kerja yang positif terhadap gaya luar sebesar $U_0 - U$.

Contoh 3.13

Kapasitor plat sejajar tanpa dielektrik mempunyai kapasitansi C_0 . Jika ruang di antara kedua plat diisi dengan bahan yang mempunyai konstanta dielektrik k dengan tebal $1/3 d$ seperti terlihat pada Gambar 3.26, tentukan kapasitansinya.



Gambar 3.26 Keterangan gambar contoh soal 3.13

Penyelesaian:

Kapasitor yang disisipi dielektrik sebagian seperti pada Gambar 3.26a dapat dipandang sebagai rangkaian dua kapasitor yang terhubung seri, masing-masing dengan jarak pisah $1/3d$ terisi penuh dengan dielektrik dan yang lain mempunyai jarak pisah $2/3d$ tanpa dielektrik. Anggapan seperti ini diperbolehkan sebab tidak ada beda potensial antara plat bawah C_1 dan plat atas C_2 . Berdasarkan persamaan 3.28 dan persamaan 3.38 kapasitansi kedua kapasitor adalah:

$$C_1 = \frac{k\epsilon_0 A}{d/3} = 3kC_0 \quad \text{dan} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{2d/3} = 1,5C_0$$

Kedua kapasitor terhubung seri, maka kapasitans ekuivalen kapasitor adalah:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

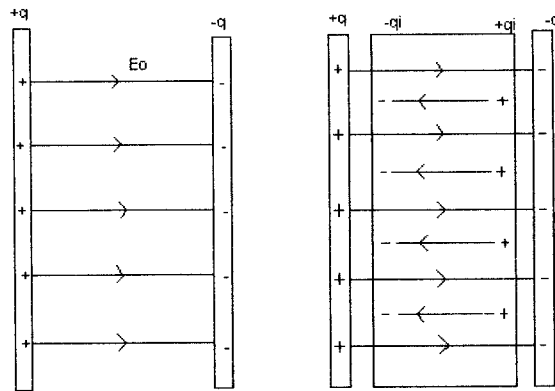
$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \left[\frac{3k}{2k+1} \right] C_0$$

2. Gambar Atomik Bahan Dielektrik

Pada bagian ini akan ditinjau lebih lanjut sifat-sifat bahan dielektrik bila bahan tersebut diletakkan dalam medan listrik. Perhatikan suatu kapasitor plat sejajar yang bermuatan q (Gambar 3.27a). Andaikan rapat muatan permukaan pada plat, maka kuat medan listrik di antara kedua plat kapasitor adalah:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad [\text{lihat persamaan 2.23}]$$

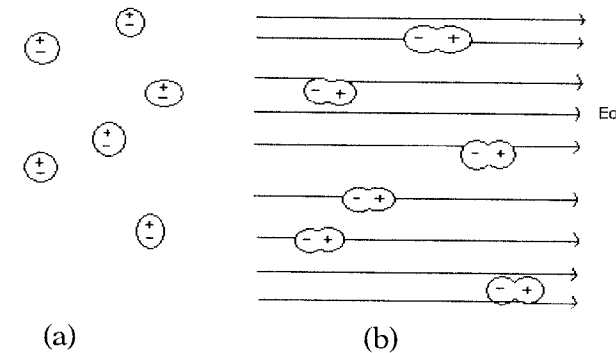
Jika ruang di antara kedua plat diisi dengan dielektrik, timbullah muatan induksi q_i pada permukaan dielektrik, seperti terlihat pada Gambar 3.27b. Muatan induksi menghasilkan medan listrik induksi \vec{E}_i di dalam dielektrik yang arahnya berlawanan dengan arah medan listrik luar \vec{E}_0 . Akibatnya, kuat medan listrik total di dalam dielektrik dilemahkan.



Gambar 3.27 (a) Kapasitor plat sejajar tanpa dielektrik
(b) Muatan induksi pada permukaan dielektrik

Timbulnya muatan induksi pada permukaan dielektrik dapat dijelaskan sebagai berikut. Molekul-molekul dalam bahan dielektrik mempunyai muatan positif dan muatan negatif yang dapat terorientasi oleh medan listrik luar. Molekul bahan dielektrik dapat berupa molekul non-polar atau molekul polar. Pada molekul non-polar pusat-pusat muatan positif dan negatif berhimpit, sedangkan pada molekul polar tidak berhimpit sehingga molekul-molekul polar merupakan dipol-dipol listrik yang sangat kecil.

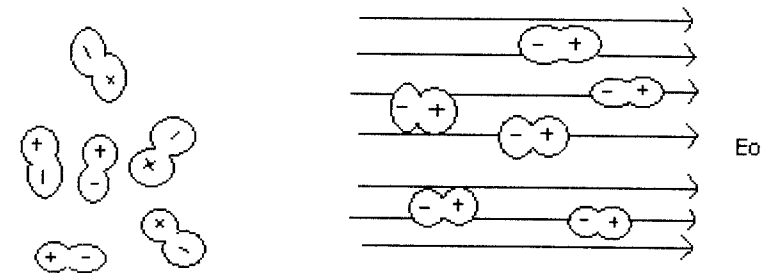
Dalam pengaruh medan listrik luar, muatan molekul-molekul non-polar bergeser sedikit seperti pada Gambar 3.28b.



Gambar 3.28 Perilaku molekul non-polar
(a) bila tidak ada medan listrik luar (b) bila ada medan listrik luar

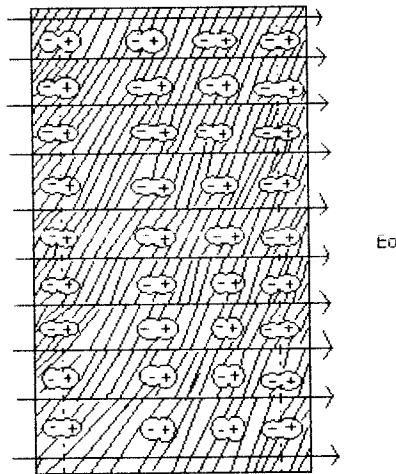
Molekul-molekul tersebut dikatakan terpolarisasi oleh medan listrik luar, sehingga menghasilkan dipol listrik yang disebut dengan dipol terinduksi.

Bahan dielektrik yang terdiri atas molekul-molekul polar dikatakan mempunyai dipol permanen. Orientasi dipol-dipol ini acak bila tidak ada medan listrik luar, seperti terlihat pada Gambar 3.29a. Bila bahan tersebut berada dalam medan listrik luar, gaya listrik terhadap masing-masing dipol akan menimbulkan suatu kopel (momen gaya) yang cenderung mengatur arah dipol menjadi sama dengan arah medan listrik luar (lihat Gambar 3.29b). Makin besar kuat medan listrik luar, makin besar keteraturan arah dipol dan dikatakan bahwa dielektrik yang bersangkutan (secara keseluruhan) terpolarisasi.



Gambar 3.29 Perilaku molekul polar
(a) bila tidak ada medan listrik luar (b) bila ada medan listrik luar

Bila suatu bahan dielektrik berada dalam medan listrik, baik bahan tersebut molekul-molekulnya, polar maupun non-polar, pengaruh total yang dihasilkan medan listrik luar terhadap bahan tersebut pada hakikatnya sama, seperti terlihat pada Gambar 3.30.



Gambar 3.30 Polarisasi bahan dielektrik dalam medan listrik menghasilkan muatan induksi pada permukaan dielektrik

Dalam daerah tipis di permukaan-permukaan (pada Gambar 3.20 ditunjukkan dengan garis titik-titik), terdapat muatan lebih, negatif pada lapisan permukaan kiri dan positif pada lapisan permukaan kanan. Muatan pada lapisan-lapisan ini merupakan muatan induksi pada permukaan dielektrik. Muatan tersebut bukan muatan bebas, tetapi masing-masing terikat pada molekulnya. Di bagian lain dari dielektrik (di bawah permukaan) muatan netto per satuan volume rata-rata sama dengan nol.

Kuat medan listrik total di dalam dielektrik adalah superposisi kedua medan listrik \vec{E}_0 dan \vec{E}_i , sehingga diperoleh:

$$E = E_0 - E_i = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_i}{\epsilon_0} \quad [3.39]$$

Besarnya rapat muatan induksi permukaan σ_i berbanding lurus dengan besar kuat medan listrik di dalam dielektrik σ , asalkan σ tersebut tidak terlalu besar. Secara matematis dirumuskan:

$$\sigma_i = X_e E \quad [3.40]$$

Tetapi perbandingan X_e menggambarkan besar kecilnya induksi pada bahan dielektrik dan dinamakan *suseptibilitas listrik*. Dari persamaan 3.39 dan persamaan 3.40 diperoleh:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_i}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{X_e}{\epsilon_0} E$$

$$E + \frac{X_e}{\epsilon_0} E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E \left(1 + \frac{X_e}{\epsilon_0} \right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{\left(1 + \frac{X_e}{\epsilon_0} \right)} X \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

di definisikan tetapan dielektrik k :

$$k = 1 + \frac{X_e}{\epsilon_0} \quad [3.41]$$

sehingga:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 k} \quad [3.42]$$

besar k ternyata sesuai dengan faktor pada persamaan (3.37). Di definisikan permitivitas dielektrik:

$$\epsilon = \epsilon_0 k \quad [3.3]$$

sehingga persamaan 3.42 menjadi:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad [3.43]$$

Jadi, dengan mendefinisikan tetapan dielektrik k dan permitivitas dielektrik ϵ seperti pada persamaan 3.41 dan persamaan 3.43, bentuk persamaan kuat medan di dalam dielektrik dapat tetap dipertahankan sama seperti kuat medan tanpa dielektrik dengan catatan ϵ_0 diganti dengan ϵ .

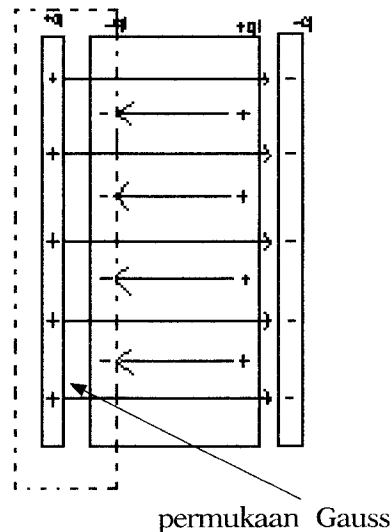
3. Perluasan Hukum Gauss

Ditinjau suatu kapasitor plat sejajar bermuatan q dan berisi suatu dielektrik seperti terlihat pada Gambar 3.31, dibuat suatu permukaan Gauss (dilukiskan dengan titik-titik) yang melingkupi muatan bebas q dan muatan induksi q_i . Garis-garis gaya yang menembus permukaan Gauss hanyalah garis-garis gaya yang menembus permukaan Gauss sisi kanan yang luasnya A . Rapat muatan bebas permukaan $\sigma = q/A$ dan rapat muatan induksi permukaan $\sigma_i = q_i/A$, sehingga kuat media listrik di dalam dielektrik:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_o} - \frac{\sigma_i}{\epsilon_o} = \frac{1}{\epsilon_o} \left[\frac{q}{A} - \frac{q_i}{A} \right]$$

sehingga dapat pula ditulis dengan:

$$EA = \frac{1}{\epsilon_o} (q - q_i) \quad \dots\dots\dots [3.45]$$



Gambar 3.31 Kapasitor yang disisipi dielektrik kuat medan listrik yang dihasilkan muatan bebas digambarkan sebagai garis penuh dan kuat medan induksi digambarkan sebagai garis-garis putus.

EA adalah jumlah gaya listrik yang menembus keluar permukaan Gauss sedangkan $q - q_i$ adalah jumlah aljabar muatan bebas dan muatan induksi yang dilingkupi permukaan Gauss. Secara umum hal ini dapat dituliskan dengan:

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_o} (q - q_i) \quad \dots\dots\dots [3.46]$$

Muatan induksi q_i dalam praktiknya sulit diukur langsung, sehingga hukum Gauss yang diungkapkan dalam persamaan 3.46 perlu disederhanakan dalam bentuk yang tidak lagi bergantung pada q_i . Untuk maksud tersebut didefinisikan besaran baru yang disebut pergeseran listrik D yaitu suatu vektor yang arahnya sama dengan hasil kali kuat medan listrik dan permitivitas dielektrik. Secara matematis dituliskan:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \dots\dots\dots [3.37]$$

Pada uraian sebelumnya telah diperoleh bahwa:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{q}{A\epsilon}$$

$$\epsilon EA = q$$

$$DA = q \quad \dots\dots\dots [3.48]$$

Mengingat \vec{D} dan \vec{A} merupakan besaran-besara vektor, persamaan 3.48 dapat ditulis sebagai berikut:

$$\vec{D} \cdot \vec{A} = q$$

atau dalam bentuk yang lebih umum:

$$\int_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = q \quad \dots\dots\dots [3.49]$$

Persamaan 3.49 sering dikenal sebagai hukum Gauss dalam dielektrik. Q dalam ruas kanan persamaan tersebut menyatakan muatan bebas yang dilingkupi oleh permukaan Gauss. Meskipun persamaan 3.49 diperoleh melalui contoh yang sangat khusus, tetapi dapat dibuktikan dan berlaku secara umum. Dengan demikian, peranan persamaan 3.46 untuk menentukan kuat medan listrik dalam dielektrik dapat diganti oleh persamaan 3.49 untuk memperoleh D , dan selanjutnya dengan menggunakan persamaan 3.47 kuat medan listrik dalam dielektrik dapat dihitung.

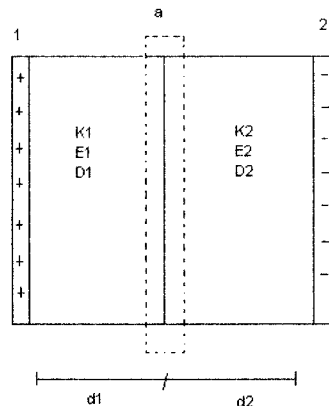
Contoh 3.14

Ruang di dalam kapasitor plat sejajar diisi dengan dua dielektrik, dielektrik pertama tebalnya 2 mm dengan tetapan dielektrik 4 dan dielektrik kedua tebalnya 4 mm dengan tetapan dielektrik 6 (Gambar 3.32). Luas masing-masing plat 1 cm² dan kuat medan listrik dalam dielektrik pertama 104 N/C, tentukan:

- (a) Kuat medan listrik dalam dielektrik kedua.
- (b) Muatan masing-masing plat kapasitor.
- (c) Kapasitas kapasitor, dan
- (d) Beda potensial antara kedua plat kapasitor.

Penjelasan:

- (a) Dibuat permukaan Gauss seperti terlihat pada Gambar 3.32 (ditunjukkan dengan titik-titik).



Gambar 3.32

Sesuai dengan persamaan 3.49, dengan memperhatikan bahwa tidak ada muatan bebas yang dilingkupi oleh permukaan Gauss, maka:

$$\begin{aligned}\int_A \vec{D} \cdot d\vec{A} &= \int_A D \cos \theta \cdot dA = 0 \\ -D_1 A + D_2 A &= 0 \\ D_1 &= D_2\end{aligned}$$

$$\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2$$

$$k_1 \epsilon_1 E_1 = k_2 \epsilon_0 E_2$$

$$E_2 = \frac{k_1}{k_2} E_1 = \frac{4}{6} 10^4 \text{ N/C}$$

$$(b) E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_1} = \frac{q}{A\epsilon} = \frac{q}{Ak_1\epsilon_0}$$

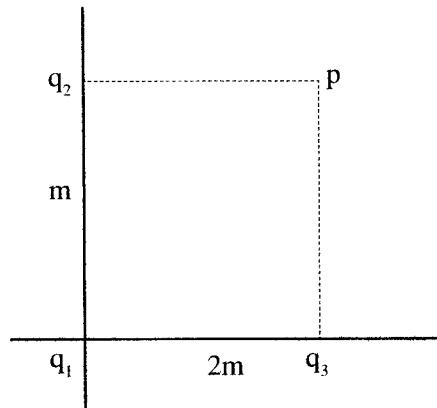
$$\begin{aligned}q &= Ak_1\epsilon_0 E_1 = (10^{-4} \text{ m}^2)(4 \times 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2})(10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \\ &= 3,5 \times 10^{-11} \text{ C}\end{aligned}$$

$$(c) C = 1,33 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$\begin{aligned}(d) V_{AB} &= \frac{q}{C} = \frac{(3,5 \times 10^{-11} \text{ C})}{(1,33 \times 10^{-12} \text{ F})} \\ &= 26,9 \text{ V}\end{aligned}$$

Soal Uji Kompetensi

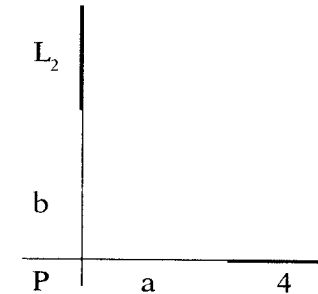
- (1) Tiga buah partikel bermuatan sama besar, masing-masing 20 μC , terletak pada titik sudut bujur sangkar dengan sisi 2 m seperti pada Gambar 3.33.
 - (a) hitung energi potensial listrik sistem tiga partikel bermuatan tersebut,
 - (b) tentukan potensial listrik di titik sudut bujur sangkar yang kosong,
 - (c) hitung kerja yang harus dilakukan untuk memindahkan muatan 20 μC dari tempat yang sangat jauh ke titik sudut yang kosong tadi,
 - (d) hitung energi potensial listrik sistem empat partikel bermuatan tersebut.



Gambar 3.33 Keterangan gambar soal no. 1

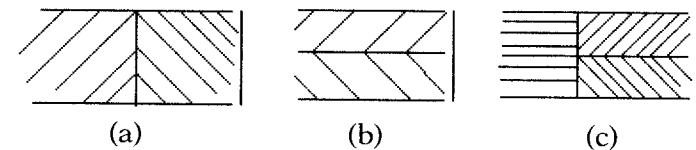
- (2) Permukaan-permukaan ekuipotensial yang dihasilkan oleh bidang bermuatan serba sama yang luasnya tak terhingga merupakan bidang-bidang yang sejajar dengan bidang bermuatan tersebut. Jika rapat muatan permukaan pada bidang bermuatan tersebut $8,85 \mu\text{C}/\text{m}^2$, tentukan jarak antara dua permukaan ekuipotensial yang mempunyai beda potensial sebesar 103 V.
- (3) Kawat lurus yang panjangnya tak berhingga dan bermuatan serba sama dengan rapat muatan linear $2 \mu\text{C}/\text{m}$, menghasilkan permukaan-permukaan ekuipotensial berupa selubung-selubung silinder dengan sumbu berhimpit dengan kawat tersebut. Dengan memilih titik-titik yang berjarak 1 m dari kawat sebagai potensial acuan ($V=0$), hitunglah:
 - (a) potensial listrik di titik yang berjarak 2 m dari kawat,
 - (b) beda potensial permukaan ekuipotensial yang berjari-jari 2 m dan 4 m.
- (4) Dua plat sejajar bermuatan sama besar tetapi tidak sejenis, terpisah pada jarak 1 cm. Sebuah elektron yang diletakkan tepat di tengah antara kedua plat tersebut mengalami gaya sebesar $1,6 \times 10^{-15} \text{ N}$, hitunglah:
 - (a) rapat muatan permukaan masing-masing plat,
 - (b) beda potensial antara kedua plat.
- (5) Dua elektron terpisah pada jarak 2 m. Elektron ketiga yang ditembakkan dari tempat tak berhingga dengan kecepatan V_0 , ternyata dapat berhenti ditengah-tengah kedua elektron tersebut. Hitunglah kecepatan awal elektron yang ketiga tadi.

- (6) Dua potong kawat lurus bermuatan serbasama, masing-masing dengan panjang L_1 dan L_2 , dan dengan rapat muatan linear 1 dan 2 saling tegak lurus seperti pada Gambar 3.34. Tentukan:
 - (a) potensial listrik di titik P, dan
 - (b) kuat medan listrik di titik P.



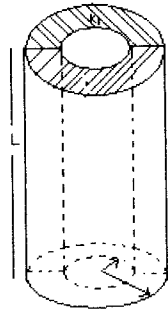
Gambar 3.34 Keterangan gambar soal nomor 6

- (7) Dua bola logam masing-masing berjari-jari 2 cm dan 4 cm terpisah pada jarak yang jauh, sehingga induksi bola satu terhadap yang lain dapat diabaikan. Bola yang kecil bermuatan $0,15 \mu\text{C}$, sedangkan bola yang besar tidak bermuatan. Jika kedua bola tersebut dihubungkan dengan kawat penghantar yang halus sekali, maka setelah kesetimbangan elektrostatis tercapai, hitunglah:
 - (a) muatan masing-masing bola dan rapat muatan permukaannya, dan
 - (b) potensial listrik masing-masing bola.
- (8) Tentukan kapasitansi dari kapasitor yang mempunyai luas plat sebesar A dan disisi dengan dielektrik seperti nampak pada Gambar 3.35.



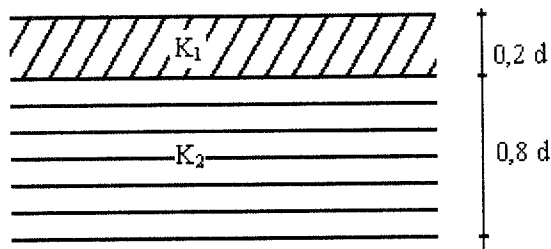
Gambar 3.35: Keterangan gambar soal nomor 8

- (8) Suatu kapasitor silinder mempunyai jari-jari dalam a , jari-jari luar b , dan panjang L , diisi dua macam dielektrik k_1 dan k_2 yang membagi ruang di antara kedua silinder menjadi dua sama besar (Gambar 3.36). Tentukan kapasitansi kapasitor silinder tersebut.



Gambar 3.36 Keterangan gambar soal nomor 9

- (10) Sebuah kapasitor plat sejajar dengan luas plat A, terpisah pada jarak d dan mempunyai beda potensial V_0 . Ruang di antara plat diisi dengan dua macam dielektrik masing-masing dengan $K_1 = 8$ tebal $0,2 d$ dan $K_2 = 48$ tebal $0,8 d$ (Gambar 3.37). Hitung beda potensial pasangan-pasangan permukaan dielektrik dalam kapasitor tersebut dan hitung pula persentase perubahan energi dalam kapasitor.

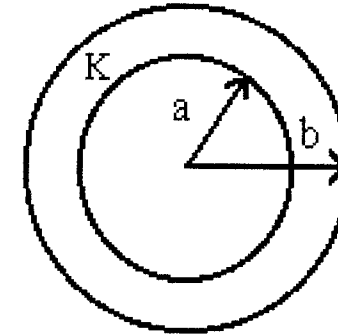


Gambar 3.37 Keterangan gambar soal nomor 10

- (11) Suatu bola logam berjari-jari a dan bermuatan Q dilapisi suatu bahan dielektrik dengan tetapan dielektrik K . Jika jari-jari permukaan luar dielektrik adalah b (lihat Gambar 3.38).

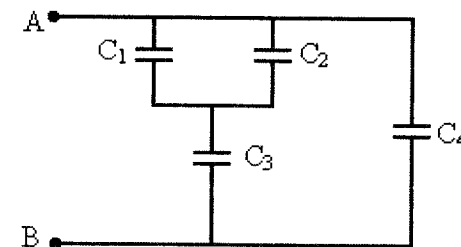
Tentukan:

- kuat medan listrik sebagai fungsi r ,
- potensial listrik sebagai fungsi r ,
- rapat muatan induksi pada permukaan dalam dan luar dielektrik.



Gambar 3.38 Keterangan gambar soal nomor 11

- (12) Empat buah kapasitor masing-masing dengan kapasitansi $C_1 = 4\mu\text{F}$, $C_2 = 6\mu\text{F}$, $C_3 = 10\mu\text{F}$, dan $C_4 = 20\mu\text{F}$, terdapat dalam suatu rangkaian seperti pada Gambar 3.39. Jika A dan B diberi beda potensial 100 volt,
- tentukan kapasitansi ekuivalen rangkaian tersebut,
 - hitung muatan dan energi pada masing-masing kapasitor,
 - jika C_3 mengalami kerusakan sehingga dalam C_3 terjadi hubung singkat, hitung kapasitansi ekuivalen serta muatan dan energi dalam C_1 , C_2 dan C_3



Gambar 3.39 Keterangan gambar soal nomor 12

Kunci Jawaban

- (1) (a) 4,87 Joule
 (b) $2,44 \times 10^5$ Volt
 (c) 4,88 Joule
 (d) 9,75 Joule

Petunjuk:

- (a) cukup jelas
 (b) cukup jelas
 (c) $W = \Delta U = U_4 = q_4 V(P)$
 (d) Cukup jelas

- (2) $\Delta x = 2\text{mm}$

Petunjuk:

Bidang bermuatan yang tak berhingga luas menghasilkan kuat medan serbasama sebesar $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, sehingga dengan membandingkan persamaan 2.24 diperoleh $\Delta V = E\Delta x$ atau $\Delta x = \frac{\Delta V}{E}$

- (3) (a) $-3,6 \times 10^4 \pi \ln 2$ Volt
 (b) $3,6 \times 10^4 \pi \ln 2$ Volt

Petunjuk

- (a) Telah diuraikan bahwa untuk $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 R}$ kawat tak berhingga panjangnya dengan muatan serbasama. Dengan memilih $V = 0$ pada $r = 1\text{m}$, maka potensial listrik di titik $r = 2\text{m}$ adalah:

$$V = -\int_1^2 E dr$$

- (b) Cukup jelas
 (4) (a) $\sigma = 8,85 \times 10^{-8} \text{C/m}^2$
 (b) $\Delta V = 100 \text{ Volt}$

Petunjuk:

- (a) Hitunglah kuat medan listrik di tengah-tengah kedua plat melalui hubungan $F = qE$. Kuat medan listrik yang dihasilkan kedua plat adalah:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Dari kedua persamaan tersebut, rapat muatan permukaan dapat dihitung.

- (b) Gunakanlah persamaan 2.24 untuk memperoleh hubungan antara E dan V sehingga diperoleh:
 $\Delta V = E \Delta x$

- (5) $V_0 = 32 \text{ m/det}$

Petunjuk:

Berdasarkan konsep kerja dan energi, energi kinetik awal elektron sama dengan kerja yang dilakukan untuk memindahkan elektron dari tempat tak berhingga ke titik yang terletak ditengah-tengah kedua elektron pertama. Hal ini berarti energi kinetik awal elektron sama dengan energi potensial listrik elektron tersebut pada posisi yang baru atau: $\frac{1}{2} M V_0^2 = q \cdot V$

- (6) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \left(\frac{L_1 + a}{a} \right) + 2 \ln \left(\frac{L_2 + b}{b} \right) \right]$

$$\pi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{L_1}{a(L_1 + a)} \hat{i} + \frac{L_2}{b(L_2 + b)} \hat{j} \right]$$

Petunjuk:

Kedua kawat menghasilkan bentuk potensial listrik yang sama di titik P sehingga cukup ditinjau salah satu kawat. Perhatikan elemen kawat dx pada I yang berjarak x dari P. Potensial dan kuat medan listrik yang dihasilkan kawat I di P adalah:

$$V_I = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-(L_1+a)}^{-a} \frac{dx}{x^2} \quad \text{dan} \quad E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-(L_1+a)}^{-a} \frac{dx}{x^2}$$

Dengan cara yang sama, potensial dan kuat medan listrik yang dihasilkan kawat II di P adalah

$$V_2 = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \int_{-(L_2+b)}^{-b} \frac{dy}{y} \quad \text{dan} \quad E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-(L_2+b)}^{-b} \frac{dy}{y^2}$$

- (7) (a) $q_1 = 0,05 \mu\text{C}$ $\sigma_1 = 9,95 \mu\text{C/m}^2$
 $q_2 = 0,15 \mu\text{C}$ $\sigma_2 = 4,97 \mu\text{C/m}^2$
 (b) $V_1 = V_2 = 2,25 \times 10^4 \text{ Volt}$

Petunjuk:

Mula-mula terjadi perpindahan muatan dari bola kecil ke bola besar, kesetimbangan elektrostatis tercapai jika permukaan kedua bola dan kawat penghantar merupakan equipotensial (ketiganya dianggap sebagai sebuah konduktor). Mengingat ukuran kawat penghantar dapat diabaikan, maka dapat dianggap muatan hanya tersebar secara merata pada permukaan kedua bola. Andaikan muatan pada bola kecil q_1 dan bola besar q_2 , samakan potensial yang dihasilkan muatan-muatan tersebut pada permukaan bola yang bersesuaian dan ingatlah bahwa $q_1 + q_2 =$ muatan bola kecil mula-mula, maka q_1 dan q_2 dapat dihitung.

- (8) (a) $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left[\frac{k_1 + k_2}{2} \right]$
 (b) $C = \frac{2\epsilon_0 A}{d} \left[\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \right]$
 (c) $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left[\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} + \frac{1}{2} k_1 \right]$

Petunjuk:

- (a) dianggap sebagai dua kapasitor paralel, masing-masing dengan luas $\frac{1}{2} A$, jarak pisah d dan diisi dengan bahan dielektrik.
 (b) dianggap sebagai dua kapasitor yang diisi penuh dengan bahan dielektrik masing-masing dengan luas A dan jarak pisah $\frac{1}{2} d$.
 (c) Gabungan antar (a) dan (b).

9) $C = \frac{\pi\epsilon_0 L(k_1 + k_2)}{\ln(b/a)}$
 $C = \frac{2\pi\epsilon_0 Lk}{\ln(b/a)}$ atau $K = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$

Petunjuk:

Kapasitor dalam kasus ini dapat dianggap sebagai dua buah kapasitor setengah silinder yang masing-masing terisi penuh dengan dielektrik dan dihubungkan secara paralel.

(10) $V_1 = E_1 \times 0,2 \quad d = 0,025 \text{ V}_0$
 $V_2 = E_2 \times 0,8 \quad d = 0,017 \text{ V}_0$

$$\frac{\pi U}{U} \times 100\% = 96\%$$

Petunjuk:

Anggaplah sistem ini terdiri atas dua kapasitor yang terhubung seri, masing-masing dengan kapasitansi: $C = \frac{K_1 \epsilon_0 \pi}{0,2d}$ atau $C_2 = \frac{K_2 \epsilon_0 \pi}{0,8d}$

Kuat medan listrik dalam dielektrik $I = E_1 = \frac{1}{K_1} E_0$

dan dalam dielektrik II : $I = E_2 = \frac{1}{K_2} E_0$

(11)(a) $\vec{E} = 0$ untuk $0 < r < a$
 $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 k r^2} \hat{r}$ untuk $a < r < b$
 $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$ untuk $r > b$

(b) $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ untuk $r > b$
 $= \frac{Q}{4\pi} \left[\frac{1}{\epsilon_0 b} + \frac{1}{\epsilon_0 K r} + \frac{1}{\epsilon_0 K b} \right]$ untuk $a < r < b$
 $= \frac{Q}{4\pi} \left[\frac{1}{\epsilon_0 b} + \frac{1}{\epsilon_0 K r} + \frac{1}{\epsilon_0 K b} \right]$ untuk $0 < r < b$

(c) $\sigma = \frac{(K-1)Q}{4\pi K b^2}$ pada permukaan luar
 $\sigma = \left[\frac{K-1}{K} \right] \frac{-Q}{4\pi a^2}$ pada permukaan dalam

Petunjuk:

- (a) Gunakan perluasan hukum Gauss (persamaan 3.49) Untuk menentukan \vec{D} . Kemudian gunakan hubungan $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ Untuk mendapatkan \vec{E} .
- (b) \vec{E} hanya mempunyai komponen radial, sehingga $V = -\int_{\infty}^r E \cdot dr$ (pilih titik di tempat tak berhingga sebagai acuan $V = 0$).
- (c) Berkurangnya \vec{E} secara mendadak pada $r > a$ disebabkan oleh muatan induksi pada permukaan dalam dielektrik dan bertambahnya \vec{E} secara mendadak pada $r > b$ disebabkan oleh muatan induksi pada permukaan luar dielektrik. Gunakanlah perubahan \vec{E} tersebut untuk menghitung induksi.

(12)(a) Cek = 25 μF

- (b) $Q_1 = 200 \mu F$ $Q_2 = 300 \mu F$
 $U_1 = 5 \times 10^{-3} J$ $U_2 = 7,5 \times 10^{-3} J$
 $Q_3 = 500 \mu F$ $Q_2 = 3000 \mu F$
 $U_3 = 1,25 \times 10^{-2} J$ $U_2 = 0,1 J$

- (c) Cek = 30 μF
 $Q_1 = 30 \mu F$ $Q_2 = 600 \mu F$
 $U_1 = 2 \times 10^{-2} J$ $U_2 = 3 \times 10^{-2} J$

Petunjuk:

- (a) Jika hubungan seri dinyatakan dengan lambang + dan hubungan paralel dinyatakan dengan lambang // , urutan pengerjaannya adalah sebagai berikut:

$$\text{Cek} = \{(C_1 // C_2 + C_3) // C_4$$

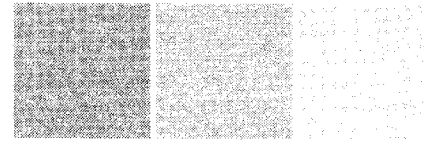
Artinya, hitung dahulu $(C_1 // C_2)$ kemudian hasilnya dihubungkan seri dengan C_3 dan akhirnya hasil yang diperoleh tersebut dihubungkan dengan C_4 .

- (b) Hitung terlebih dahulu V_{AP} dengan menganggap bahwa $(C_1 // C_2)$ sebagai sebuah kapasitor $C_{1,2}$ yang terhubung seri dengan C_3 , maka:

$$\begin{aligned} V_{AP} &= \frac{C_{1,2} + C_3}{C_{1,2}} \cdot V_{AB} \\ &= \frac{C_3}{C_{1,2} + C_3} \cdot V_{AB} \\ V_{PB} &= V_{AB} - V_{AP} \end{aligned}$$

Selanjutnya gunakan rumus-rumus yang sesuai untuk menghitung muatan dan energi dalam masing-masing kapasitor dengan memperhatikan beda potensial yang terpasang pada masing-masing kapasitor.

- (c) Jika C_3 terhubung singkat maka C_1 , C_2 , dan C_4 terhubung paralel.



Bab 4

Arus Listrik Searah

Kompetensi Dasar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini pembaca diharapkan dapat memecahkan persoalan dalam rangkaian arus searah.

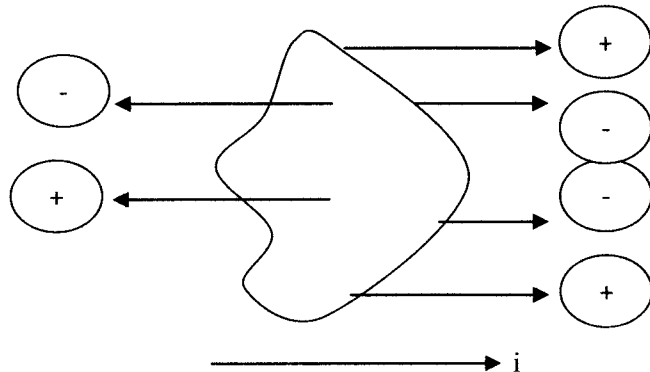
Indikator Hasil Belajar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan dapat:
menjelaskan pengertian arus listrik dan arah arus listrik; menghitung tahanan suatu penghantar; menghitung tahanan pengganti; tegangan jepit; beda potensial antara dua titik; arus (kuat arus); daya listrik dalam suatu rangkaian listrik; menerangkan Hukum Kirchoff dalam rangkaian; dan menghitung arus transien dalam rangkaian R-C.

A. Arus Listrik dan Tahanan Listrik

1. Arus Listrik dan Hukum Ohm

Dalam kandungan logam, elektron-elektron bebas bergerak ke segala arah. Dalam elektrolit, pembawa muatan listrik ialah ion-ion positif dan ion-ion negatif. Bila di dalam suatu konduktor diberi medan listrik, maka muatan positif akan bergerak searah dengan arah medan muatan negatif berlawanan dengan arah medan, dan terjadilah arus listrik jika ada arus netto. Untuk mendefinisikan arus listrik (selanjutnya disebut arus), perhatikan suatu penghantar dengan luas penampang A yang dialiri muatan listrik (lihat Gambar 4.1)



Gambar 4.1 Aliran muatan melalui penampang A di mana arah arus searah dengan arah gerak muatan netto yang positif

Jika ΔQ adalah *muatan positif netto* yang melalui penampang tersebut dalam selang waktu Δt maka arus dapat didefinisikan dengan:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \dots\dots\dots [4.1]$$

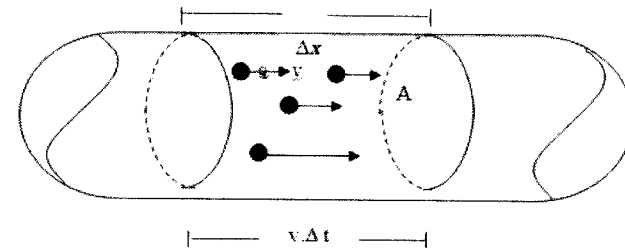
Jika laju aliran berubah terhadap waktu, maka arus juga berubah terhadap waktu, dan rumus di atas harus dituliskan dalam bentuk diferensial, yaitu:

$$i = \frac{\Delta Q}{dt} \dots\dots\dots [4.2]$$

Dalam satuan SI arus dinyatakan dalam Ampere (A), sehingga:

$$1A = 1C/s$$

Jadi, arus 1 Ampere ekuivalen dengan muatan 1 C yang melalui suatu penampang dalam selang waktu 1 detik. Dalam praktik, sering digunakan satuan arus yang lebih kecil, yaitu miliampere ($1mA = 10^{-3}A$) atau mikroampere ($1\mu A = 10^{-6}A$). Muatan-muatan yang mengalir pada suatu penampang seperti pada Gambar 4.1 dapat positif, dan dapat pula negatif maupun keduanya. Perlu disepakati bahwa arah arus adalah arah gerakan muatan positif. Dalam konduktor logam, misalnya tembaga, arus dihasilkan oleh aliran elektron (negatif) sehingga di dalam konduktor tersebut berlawanan arah dengan arah gerak elektron. Untuk mendapatkan hubungan antara arus dan gerak pembawa muatan, perhatikan arus di dalam konduktor dengan luas penampang A (lihat Gambar 4.2)



Gambar 4.2 Muatan total yang melintasi penampang A dalam selang waktu Δt adalah jumlah muatan masing-masing pembawa muatan di dalam silinder dengan volume $A.v.\Delta t$

Jika jumlah pembawa muatan tiap satuan volume = n dan muatan tiap pembawa muatan = q , maka muatan yang melewati penampang A dalam selang waktu Δt adalah muatan total pembawa muatan yang terletak dalam suatu silinder dengan volume $A.v.\Delta t$, atau

$$\Delta Q = nAv / \Delta tq$$

Menurut persamaan 4.1, maka arus di dalam konduktor adalah:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} nqvA \dots\dots\dots [4.3]$$

Laju pembawa muatan v sesungguhnya adalah laju rata-rata dan dapat disebut *kecepatan hanyut* (*drift velocity*). Rapat arus J di dalam konduktor didefinisikan sebagai *arus persatuan luas*. Karena $i = nqvA$, rapat arus yang terjadi adalah:

$$J = \frac{i}{A} = nqv \dots \dots \dots [4.4]$$

Satuan SI untuk rapat arus adalah A/m^2 . Rapat arus adalah suatu besaran vektor dalam arah $q\vec{v}$ sehingga:

$$\vec{J} = nq\vec{v} \dots \dots \dots [4.5]$$

Dari definisi tersebut terlihat bahwa *arah arus searah dengan arah gerak pembawa muatan positif dan berlawanan arah dengan gerak pembawa muatan negatif*.

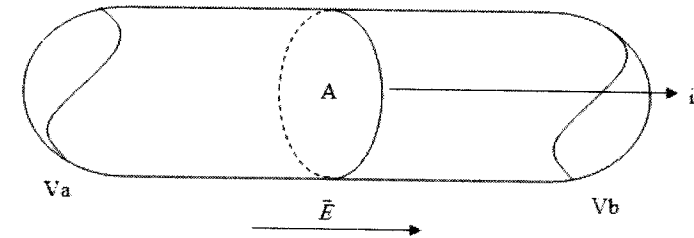
Jika di dalam konduktor diberi label beda potensial (misalnya dengan menghubungkan konduktor tersebut dengan kutub-kutub sebuah baterai), maka di dalam konduktor akan timbul kuat medan listrik \vec{E} dan \vec{J} rapat arus. Jika eksperimen menunjukkan bahwa pada umumnya *rapat arus berbanding lurus dengan kuat medan listrik di dalam konduktor*, dan secara matematis dapat ditulis:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \dots \dots \dots [4.6]$$

Persamaan 4.6 dikenal sebagai persamaan *hukum Ohm* yang menyatakan bahwa *pada berbagai bahan* (yang meliputi hampir semua logam), *hasil bagi rapat arus dan kuat medan listrik berharga konstan*. Konstanta atau bagi hasil tersebut disebut *konduktivitas bahan*. Bahan-bahan yang memenuhi hukum Ohm dikatakan *bersifat ohmik* dan yang tidak memenuhi dikatakan *tidak bersifat ohmik*.

2. Tahanan Listrik (Resistansi)

Perhatikan sekarang bagian dari kawat lurus dengan penampang konstan A dan panjang l (lihat Gambar 4.3) berikut.



Gambar 4.3 Kawat lurus dengan penampang A , kedua ujung dipertahankan pada beda potensial tetap sehingga terjadi arus i di dalam kawat

Beda potensial $V = V_a - V_b$ dipertahankan di ujung-ujung bagian kawat tersebut, sehingga menghasilkan kuat medan listrik dan arus konstan di dalam kawat. Jika kuat medan listrik di dalam kawat dapat dianggap serbasama, maka hubungan antara beda potensial V (sering disebut *tegangan*) dengan kuat medan listrik (dari hubungan $\int d\vec{v} = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$) adalah:

$$V = El$$

Rapat arus di dalam kawat:

$$J = \sigma E = \sigma \frac{V}{l}$$

Karena $J = \frac{i}{A}$ maka beda potensial V dapat ditulis:

$$V = \frac{l}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma A} \right) i$$

Besaran $\frac{l}{\sigma A}$ disebut *tahanan* (R) atau *resistansi konduktor*, sehingga:

$$l\Omega = l V / A \dots \dots \dots [4.7]$$

Persamaan 4.7 sering pula disebut sebagai *Hukum Ohm*, dan dari persamaan ini terlihat bahwa satuan tahanan dalam SI adalah Volt per Ampere (V/A), disebut Ohm (Ω). Jadi,

$$1\Omega = 1 V / A$$

Dalam rangkaian listrik banyak digunakan *resistor*, yaitu suatu komponen yang mempunyai harga resistansi tertentu, pada suhu tertentu. Kebalikan konduktivitas suatu bahan didefinisikan sebagai

resistivitas (ρ), atau:

$$= \rho \frac{l}{\sigma} \dots\dots\dots [4.8]$$

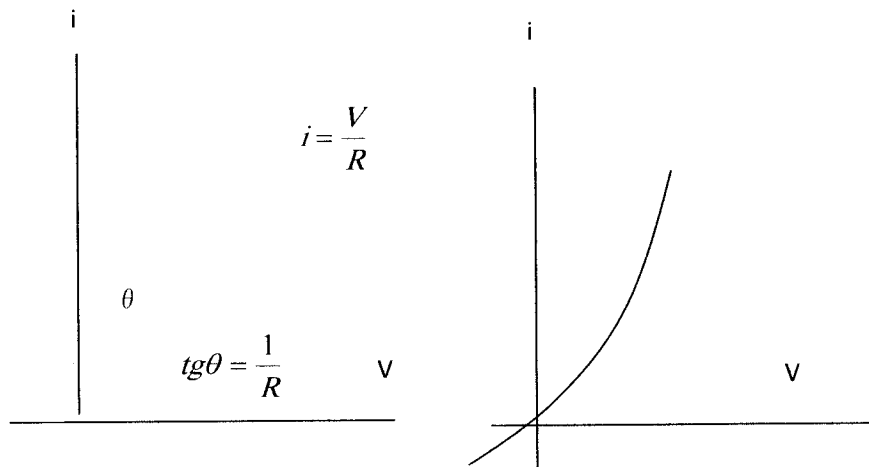
dengan menggunakan definisi ini dan dari persamaan 4.7, tahanan (resistansi) dapat dinyatakan dengan:

$$R = \rho \frac{l}{\sigma} \dots\dots\dots [4.9]$$

Mempunyai satuan Ohm meter (Ωm)

Setiap bahan mempunyai *resistivitas tertentu*, yaitu suatu parameter yang bergantung pada sifat-sifat material bahan tersebut, dan dari persamaan 4.9 terlihat bahwa tahanan suatu bahan bergantung pada bentuk geometri dan resistivitas bahan. Konduktor yang baik mempunyai resistivitas yang sangat rendah (atau konduktivitas tinggi) dan isolator yang baik mempunyai resistivitas yang sangat tinggi (atau konduktivitas rendah).

Bahan yang bersifat ohmik, seperti tembaga mempunyai hubungan persamaan arus regangan (persamaan 4.7) yang linear (Gambar 4.4a), sedangkan bahan yang tidak bersifat ohmik mempunyai hubungan arus yang tidak linear (Gambar 4.4b).



Gambar 4.4

- (a) Kurva $i-v$ untuk bahan yang bersifat ohmik di mana
 (b) Kurva $i-v$ dioda semi konduktor yang merupakan salah satu contoh bahan yang tak bersifat ohmik

Contoh 4.1

Kawat *nichrome* mempunyai resistivitas $1,5 \cdot 10^{-6} \Omega m$ dan jari-jari 0,321 mm.

- (a) Hitung tahanan persatuan panjang kawat tersebut.
 (b) Hitung arus yang melalui kawat jika panjang kawat 1m dan diberi beda potensial 10 Volt.
 (c) Jika arus yang melalui kawat 2,16 A, hitunglah kuat medan listrik dalam kawat tersebut.

Penyelesaian:

- (a) luas penampang kawat:

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot r^2 \\ &= \pi \cdot (0,321 \cdot 10^{-3} m)^2 \\ &= 3,24 \cdot 10^{-7} m^2 \\ R &= \frac{\rho l}{A} \rightarrow \frac{R}{1} = \frac{\rho}{A} \\ &= \frac{1,5 \cdot 10^{-6} \Omega m}{3,24 \cdot 10^{-7} m^2} \\ &= 4,63 \Omega / m \end{aligned}$$

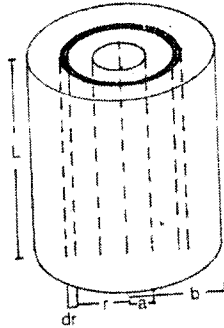
- (b) $l = 1m \rightarrow R = 4,63\Omega$, sehingga:

$$i = \frac{V}{R} = \frac{10V}{4,63\Omega} = 2,16A$$

$$\begin{aligned} \text{(c) } J &= \frac{i}{A} \\ &= \frac{2,16}{3,24 \cdot 10^{-7} m^2} = 6,67 \cdot 10^6 A / m^2 \\ J &= \sigma E \rightarrow E = \frac{J}{\sigma} = \rho \cdot J \\ &= (1,5 \cdot 10^{-6} \Omega m)(6,67 \cdot 10^6 A / m^2) \\ J &= 10,0 N / C \end{aligned}$$

Contoh 4.2

Suatu silinder berongga dengan konduktivitas σ mempunyai jari-jari dalam a , jari-jari luar b , dan panjang L . Jika silinder tersebut dialiri arus dengan arah radial, tentukan tahanan silinder tersebut (lihat Gambar 4.5).



Gambar 4.5 Resistor dengan bentuk silinder berongga, berjari-jari dalam a dan berjari-jari luar b

Penyelesaian:

Andaikan potensial listrik pada permukaan dalam dan permukaan luar silinder tersebut dipertahankan konstan masing-masing V_a dan V_b , sehingga arus berarah radial. Jika silinder dipandang sebagai kumpulan selubung-selubung silinder tipis, maka masing-masing selubung silinder dialiri oleh arus total yang sama (i), karena muatan listrik tetap jumlahnya.

Tinjaulah suatu selubung silinder yang berjari-jari r dan tebal dr . Jika potensial pada permukaan dalam silinder yang ditinjau V dan potensial pada permukaan luarnya $V + dV$, maka hubungan antara arus dan potensial pada selubung silinder tersebut adalah:

$$\begin{aligned} i &= JA \\ &= \sigma E 2\pi rL \end{aligned}$$

Menurut persamaan 3.25, $E = -\frac{dV}{dr}$ sehingga arus i menjadi:

$$\begin{aligned} i &= \sigma \left(\frac{dV}{dr} \right) 2\pi rL \\ -dV &= \frac{1}{2\pi\sigma L} \end{aligned}$$

Karena i berharga konstan, maka tinjauan untuk seluruh silinder berongga adalah:

$$\begin{aligned} -\int_{V_a}^{V_b} dV &= \frac{i}{2\pi\sigma L} \int_a^b \frac{dr}{r} \\ V_a - V_b &= \frac{1}{2\pi\sigma L} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \end{aligned}$$

Mengingat $V_a - V_b = iR$

$$R = \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi\sigma L} \dots\dots\dots [4.10]$$

Resistivitas suatu konduktor bergantung pada beberapa faktor, antara lain temperatur. Untuk berbagai logam, resistivitas bertambah dengan naiknya suhu. Hal ini disebabkan karena gerak elektron makin dihambat oleh getaran ion positif. Resistivitas suatu konduktor berubah hampir linear terhadap perubahan suhu menurut persamaan:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(t - t_0)] \dots\dots\dots [4.11]$$

dengan ρ adalah resistivitas pada suhu t , ρ_0 adalah resistivitas pada suhu acuan t_0 (biasanya dipilih 20°C), dan α disebut *koefisien suhu konduktor*. Dari persamaan 4.11, koefisien suhu konduktor dapat dinyatakan sebagai:

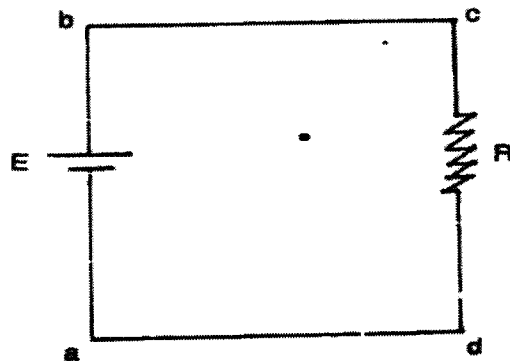
$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta t} \dots\dots\dots [4.12]$$

$\Delta\rho = \rho - \rho_0$ adalah perubahan resistivitas dalam interval suhu $\Delta t = t - t_0$. Karena tahanan konduktor berbanding lurus dengan resistivitas (persamaan 4.9), maka perubahan tahanan terhadap suhu adalah:

$$R = R_0 [1 + \alpha (t - t_0)] \dots \dots \dots [4.13]$$

3. Energi Listrik dan Daya

Jika suatu baterai digunakan untuk menghasilkan arus listrik dalam konduktor, akan terjadi perubahan energi kimia (yang tersimpan di dalam baterai) menjadi energi kinetik pembawa muatan. Energi kinetik ini di dalam konduktor dengan cepat hilang akibat tumbukan tak elastik antara pembawa muatan dengan ion-ion di dalam konduktor, sehingga amplitudo getar ion bertambah yang berarti suhu konduktor naik. Ini dapat diartikan bahwa energi kimia yang tersimpan di dalam baterai diubah menjadi energi kalor. Perhatikan suatu rangkaian sederhana, terdiri atas sebuah baterai yang ujung-ujungnya dihubungkan dengan sebuah resistor bertahanan R (Gambar 4.6). Simbol ---|---|--- digunakan untuk baterai (sumber tegangan searah lain) dan simbol $\text{---}\text{---}\text{---}$ menyatakan resistor.



Gambar 4.6 Rangkaian sederhana yang terdiri atas baterai dan resistor

Kutub positif baterai mempunyai potensial yang lebih tinggi daripada kutub negatifnya. Andaikan suatu muatan positif ΔQ bergerak sepanjang rangkaian dari titik a melalui baterai dan resistor dan kembali ke a maka perubahan energi potensialnya nol karena energi potensial hanya merupakan fungsi saja. Ketika muatan bergerak dari a ke b melalui baterai, energi potensial muatan *bertambah* sejumlah $V\Delta Q$ (V = beda potensial kedua kutub baterai), sedangkan energi kimia di dalam baterai *berkurang* dengan jumlah yang sama. Ketika muatan bergerak dari c ke d melalui resistor, energi potensialnya hilang akibat tumbukan dengan ion-ion resistor sehingga timbul energi kalor (termal) dalam resistor. Ketika muatan kembali ke titik a, energi potensialnya kembali sama dengan energi potensial sebelum melewati baterai. Pada lintasan ke bc dan da dianggap tidak ada energi yang hilang karena tahanan kawat penghubung tersebut diabaikan. Selanjutnya, jika tidak ada penjelasan, tahanan kawat penghubung selalu dianggap nol. Laju hilangnya energi potensial muatan ΔQ ketika melalui resistor adalah:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V = i V \dots \dots \dots (i \text{ arus dalam rangkaian})$$

Karena laju kehilangan energi muatan sama dengan daya yang hilang dalam resistor (P), maka:

$$P = i V \dots \dots \dots [4.14]$$

Dalam hal ini daya diberikan kepada resistor oleh baterai. Dengan menggunakan persamaan 4.7 dan persamaan 4.14, daya yang hilang tersebut dapat dinyatakan dengan:

$$P = i^2 R = \frac{V^2}{R} \dots \dots \dots [4.15]$$

Jika i dalam Ampere, V dalam Volt, R dalam Ohm, satuan SI untuk daya adalah Watt (W). Daya yang hilang sebagai kalor dalam resistor dengan tahanan R disebut kalor Joule.

Contoh 4.3

Suatu lampu pijar bertuliskan 120V/150W. Artinya, lampu tersebut menggunakan daya listrik sebesar 150W jika dipasang pada beda potensial 120V. Filamen kawat terbuat

dari bahan dengan resistivitas $6 \times 10^{-5} \Omega$ dengan luas penampang $0,1 \text{ mm}^2$.

- Hitunglah panjang filamen.
- Hitunglah arus yang melalui lampu jika dipasang pada tegangan 120 V .
- Hitunglah arus dan daya pada lampu jika dipasang pada tegangan 60 V .

Penyelesaian:

- Dari persamaan 4.9 dan persamaan 4.15 dapat ditentukan:

$$\frac{\rho_l}{A} = \frac{V^2}{P}$$

$$l = \frac{AV^2}{\rho P} = \frac{(0,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2)(120 \text{ V})^2}{(6 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ m})(150 \text{ W})}$$

$$l = 0,16 \text{ m}$$

- $P = i V \rightarrow i = \frac{P}{V} = \frac{150 \text{ W}}{120 \text{ V}}$
 $= 1,25 \text{ A}$

- Sebuah lampu dengan spesifikasi tertentu, misalnya $120 \text{ V}/150 \text{ W}$, mempunyai tahanan konstan yang dapat dihitung dengan persamaan 4.15.

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(120 \text{ V})^2}{150 \text{ W}}$$

$$= 96 \Omega$$

Arus dan daya lampu pada beda potensial 60 V dapat dihitung dengan menggunakan persamaan 4.7 dan persamaan 4.15

$$i = \frac{V}{R} = \frac{60 \text{ V}}{96 \Omega} = 0,625 \text{ A}$$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(60 \text{ V})^2}{96 \Omega} = 37,5 \text{ W}$$

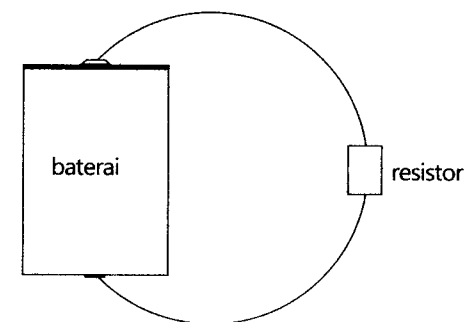
Perhatikan bahwa arus listrik sebanding dengan tegangan dan daya pada lampu sebanding dengan kuadrat jarak tegangan.

B. Rangkaian Arus Searah

1. Sumber Gaya Gerak Listrik

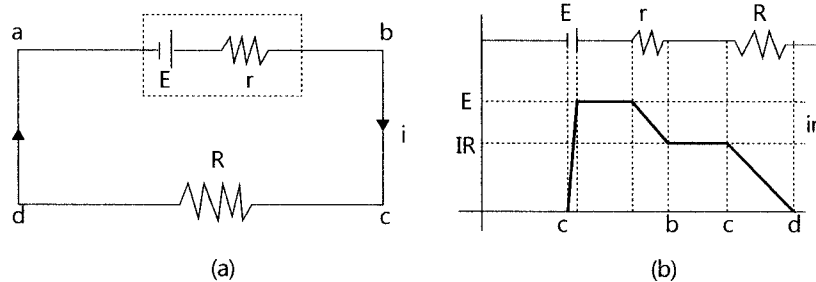
Arus konstan dalam suatu rangkaian tertutup dapat dipertahankan dengan menggunakan sumber energi yang disebut sumber gaya listrik (sumber ggl). Secara umum, sumber ggl adalah alat (misalnya baterai, generator, dan sebagainya) yang akan memperbesar energi potensial muatan yang melewatinya. Gaya gerak listrik yang sering dilambangkan dengan ϵ dari suatu sumber ggl menyatakan banyaknya kerja yang dilakukan sumber ggl pada setiap satuan muatan yang melewatinya karena dalam SI mempunyai satuan Volt. ϵ suatu sumber ggl, dapat pula diartikan sebagai beda potensial antara kedua ujung sumber jika tidak dilewati arus.

Perhatikan suatu rangkaian sederhana yang terdiri atas sebuah baterai yang dihubungkan dengan sebuah resistor seperti diperlihatkan pada Gambar 4.7. Pada umumnya baterai mempunyai tahanan yang disebut tahanan dalam (r) karena proses kimia yang kurang lancar dan sebagainya, sehingga jika dialiri arus, beda potensial antara kutub-kutub baterai (sering disebut tegangan baterai) tidak lagi sama dengan ggl baterai.



Gambar 4.7: Rangkaian sederhana terdiri atas sebuah baterai yang kedua kutubnya dihubungkan dengan resistor

Rangkaian pada Gambar 4.7 dapat dinyatakan dengan rangkaian seperti pada Gambar 4.8. baterai (digambarkan dengan garis titik-titik) menyatakan sumber ggl (ϵ) yang dihubungkan seri dengan tahanan dalam (r).



Gambar 4.8

- (a) Diagram rangkaian terdiri atas sebuah sumber ggl dengan tahanan dalam r dihubungkan dengan tahanan luar (beban)
 (b) Grafik perubahan potensial jika rangkaian dilintasi arus searah jarum jam

Bayangkan suatu muatan positif bergerak dari a ke b dalam Gambar 4.8a. ketika muatan melintasi baterai dari kutub negatif ke kutub positif, potensialnya bertambah sebesar ϵ , dan ketika muatan tersebut melintasi r potensialnya berkurang sebesar ir , dengan i adalah arus dalam rangkaian. Jadi, tegangan baterai $V = V_b - V_a$ dapat dinyatakan sebagai:

$$V = \epsilon - ir \quad [4.16]$$

Dari persamaan 4.16 tampak bahwa ϵ ekuivalen dengan tegangan rangkaian terbuka, yaitu tegangan kedua ujung baterai bila tidak dialiri arus. Dapat disimpulkan bahwa $V = \epsilon$ jika tahanan dalam baterai dapat diabaikan atau $r = 0$. Gambar 4.8b adalah grafik perubahan potensial jika rangkaian dilintasi arus searah jarum jam. Dengan memperhatikan Gambar 4.8a, terlihat bahwa tegangan V harus sama dengan beda potensial di antara kedua ujung resistor R (tahanan luar) yang sering disebut sebagai *tegangan beban*. Jadi, $V = iR$. Jika hasil ini digabungkan dengan persamaan 4.16 diperoleh:

$$\epsilon = iR + ir \quad [4.17]$$

Sehingga arus yang melalui rangkaian:

$$i = \frac{\epsilon}{R + r} \quad [4.18]$$

Ini menunjukkan bahwa arus dalam rangkaian sederhana bergantung pada tahanan luar maupun tahanan dalam baterai. Jika persamaan 4.17 dikalikan dengan arus i , akan diperoleh:

$$i\epsilon = i^2 R + i^2 r \quad [4.19]$$

Persamaan 4.19 menunjukkan bahwa daya total yang dihasilkan oleh sumber ggl ($i\epsilon$) diubah menjadi kalor Joule tiap satuan waktu di dalam tahanan luar ($i^2 R$) dan di dalam baterai ($i^2 r$).

Contoh 4.4

Baterai dengan $\epsilon = 12 \text{ V}$ dan tahanan dalam sebesar $0,05 \Omega$. Kedua ujungnya dihubungkan dengan tahanan beban sebesar 3Ω .

- (a) Hitung arus dalam rangkaian dan beda potensial antara kedua ujung baterai.
 (b) Hitung daya yang terpakai dalam tahanan beban dan pada tahanan baterai serta daya yang dihasilkan baterai.

Penyelesaian:

$$(a) \quad i = \frac{\epsilon}{R + r} = \frac{12 \text{ V}}{3,05 \Omega} = 3,93 \text{ A}$$

$$V = \epsilon - ir = 12 \text{ V} - (3,93 \text{ A})(0,05 \Omega) = 11,8 \text{ V}$$

Untuk memeriksa hasil V yang diperoleh dapat dihitung berkurangnya tegangan yang melintas tahanan beban, yaitu:

$$V = iR = (3,93 \text{ A})(3 \Omega) = 11,8 \text{ V}$$

- (b) Daya pada tahanan beban:

$$PR = i^2 R = (3,93 \text{ A})^2 (3 \Omega) = 46,3 \text{ W}$$

Daya pada tahanan dalam:

$$Pr = i^2 r = (3,93 \text{ A})(0,05 \Omega) = 0,8 \text{ W}$$

Daya yang dihasilkan oleh baterai:

$$P = PR + Pr = 47,1 \text{ W atau}$$

$$P = i\epsilon = (3,93 \text{ A})(12 \text{ V}) = 47,1 \text{ W}$$

Contoh 4.5:

Tunjukkan bahwa daya listrik maksimum yang terpakai pada tahanan beban terjadi jika tahanan beban sama dengan tahanan dalam sumber tegangan. Gambarkan sketsa grafik daya yang terpakai sebagai fungsi tahanan beban dalam skala relatif terhadap tahanan dalam sumber.

Penyelesaian:

Daya listrik yang terpakai pada tahanan bebas:

$$P = i^2 R = \left[\frac{\epsilon}{R+r} \right]^2 R = \frac{\epsilon^2 R}{(R+r)^2}$$

Pandanglah P sebagai fungsi R , persyaratan ekstremum untuk P adalah:

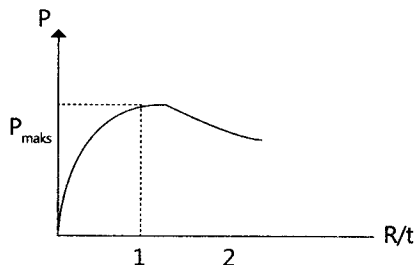
$$\frac{dP}{dR} = 0, \text{ atau } \frac{\epsilon^2 (R+r)^2 - 2(R+r)\epsilon^2 R}{(R+r)^4} = 0$$

Kalikan kedua ruas persamaan tersebut dengan $\frac{(R+r)^3}{\epsilon^2}$, sehingga diperoleh:

$$(R+r) - 2R = 0$$

$$R = 0$$

Selanjutnya dengan menggunakan hasil $R = r$ pada turunan kedua P terhadap R akan diperoleh hasil negatif. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa P atau daya pada tahanan beban mencapai maksimum jika $R = r$.



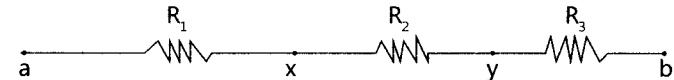
Gambar 4.9: Sketsa kurva daya sebagai fungsi tahanan beban dalam skala relatif terhadap tahanan dalam

2. Rangkaian Resistor Seri dan Paralel

Dua atau lebih resistor sering dihubungkan secara seri dan paralel. Rangkaian beberapa resistor tersebut dapat digantikan dengan sebuah resistor yang sama nilainya. Besar tahanan resistor pengganti tersebut dinamakan tahanan ekuivalen atau tahanan pengganti.

a. Rangkaian Seri

Tiga resistor dengan tahanan R_1 , R_2 , dan R_3 yang dihubungkan seperti pada Gambar 4.10 dikenal sebagai rangkaian seri. Tiap muatan yang melalui R_1 dan R_2 , sehingga arus i yang melalui R_1 , R_2 , dan R_3 haruslah sama karena muatan tak dapat berubah jumlahnya.



Gambar 4.10 Tiga resistor terhubung secara seri di antara titik a dan b

Rangkaian ketiga resistor tersebut akan diganti dengan satu resistor tanpa mengubah keadaan (baik arus maupun tegangan). Pada Gambar 4.10 terlihat bahwa:

$$V_{ab} = V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} \dots\dots\dots [4.20]$$

Arus yang melalui R_1 , R_2 dan R_3 sama yaitu i , sedangkan $V_{ax} = i R_1$, $V_{xy} = i R_2$, dan $V_{yb} = i R_3$ sehingga persamaan 4.20 menjadi:

$$V_{ab} = i (R_1 + R_2 + R_3) \dots\dots\dots [4.21]$$

Jika besarnya tahanan ekuivalen dinyatakan dengan R_{ek} , maka

$$V_{ab} = i R_{ek} \dots\dots\dots [4.22]$$

Dari persamaan (4.21) dan persamaan (4.22) diperoleh:

$$R_{ek} = (R_1 + R_2 + R_3) \dots\dots\dots [4.23]$$

Dari persamaan (4.23) terlihat bahwa besar tahanan ekuivalen suatu rangkaian *seri selalu lebih besar* daripada tahanan masing masing yang terhubung seri. Secara umum, jika terdapat n resistor yang terhubung seri, dengan cara yang sama, tahanan ekuivalennya adalah:

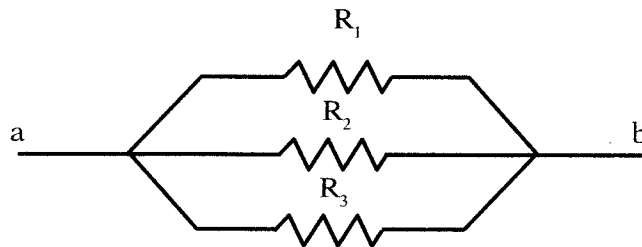
$$R_{ek} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

atau

$$R_{ek} = \sum_{i=1}^n R_i \quad \dots\dots\dots [4.24]$$

b. Rangkaian Paralel

Pada Gambar 4.11, tiga resistor R_1 , R_2 , dan R_3 dihubungkan paralel. Arus yang melalui tiap resistor dalam rangkaian tersebut, pada umumnya berbeda, tetapi beda potensial pada ujung-ujung resistor haruslah sama.



Gambar 4.11 Tiga resistor terhubung secara paralel di antara titik a dan b

Jika arus yang melalui masing-masing resistor dinyatakan dengan i_1 , i_2 , dan i_3 maka:

$$i_1 = \frac{V_{ab}}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V_{ab}}{R_2}, \quad i_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$$

Ketiga arus tersebut berasal dari arus yang masuk ke titik a, sehingga:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \quad \dots\dots\dots [4.25]$$

atau

$$i = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3}$$

$$\frac{1}{V_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{V_{ab}} = \frac{1}{R_{ek}} \quad \text{sehingga}$$

$$\frac{1}{R_{ek}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \times R_2} \quad \dots\dots\dots [4.26]$$

Dari persamaan 4.26 dapat disimpulkan bahwa tahanan ekuivalen rangkaian resistor yang dihubungkan paralel selalu lebih kecil daripada masing-masing tahanan resistor yang terhubung paralel tersebut. Secara umum, jika terdapat n resistor terhubung paralel, tahanan ekuivalen rangkaian dapat ditentukan dengan rumus:

$$\frac{1}{R_{ek}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

atau

$$R_{ek} = \sum_{i=1}^n R_i \quad \dots\dots\dots [4.27]$$

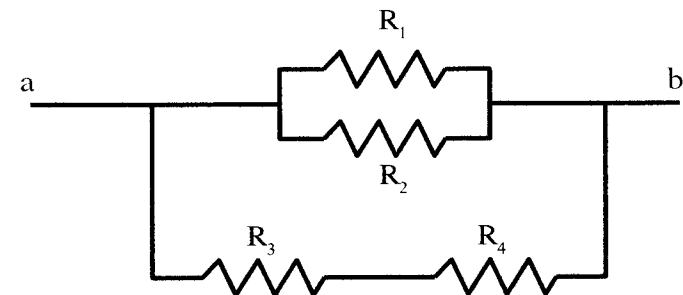
Khusus untuk dua resistor yang dihubungkan paralel:

$$\frac{1}{R_{ek}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \times R_2} \quad \dots\dots\dots [4.28]$$

Karena $V_{ab} = i_1 R_1 = i_2 R_2$, maka:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \dots\dots\dots [4.29]$$

Perhatikan jaringan resistor seperti pada Gambar 4.12, tampak bahwa R_1 dan R_2 terhubung paralel sedangkan R_3 dan R_4 terhubung seri.



Gambar 4.12 Rangkaian resistor yang terpasang secara kombinasi seri paralel

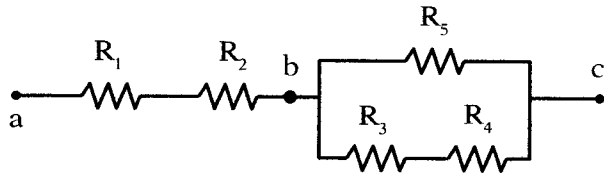
Jika hubungan seri dilambangkan dengan tanda + dan hubungan paralel dengan tanda //, maka rangkaian resistor antara titik a dan titik b pada Gambar 4.12 dapat dinyatakan dengan $(R_1 // R_2) // (R_3 + R_4)$

Contoh 4.6

Lima buah resistor masing-masing $R_1 = 8 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$ dan $R_5 = 3 \Omega$, dirangkai seperti pada Gambar 4.13.

- (a) Hitung tahanan ekuivalen rangkaian.
(b) Hitung i , i_1 dan i_2 jika $V_{ac} = 42 \text{ V}$.

Penyelesaian:



Gambar 4.13 Rangkaian resistor untuk contoh 4.6

- (a) Dengan menggunakan lambang hubungan seri dan paralel dua resistor, tahanan ekuivalen rangkaian tersebut dapat dihitung dengan persamaan 4.24 dan persamaan 4.27, sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R_{ek} &= [(R_3 + R_4) // R_5] + R_1 + R_2 \\ &= (6 \Omega // 3 \Omega) + 12 \Omega \\ &= \frac{6\Omega \cdot 3\Omega}{6\Omega + 3\Omega} + 12 \Omega = 14 \Omega \end{aligned}$$

$$(b) \quad i = \frac{V_{ac}}{R_{ek}} = \frac{42V}{14\Omega} = 3A$$

Dari gambar terlihat bahwa:

$$\begin{aligned} V_{bc} &= i_1 (R_3 + R_4) = i_2 \cdot R_5 \\ \text{atau} \quad 6 i_1 &= 3 i_2 \\ 2i_1 &= i_2 \end{aligned}$$

karena:

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 \\ 3 \text{ A} &= 3 i_1 \\ i_1 &= 1 \text{ A dan} \\ i_2 &= 2 \text{ A} \end{aligned}$$

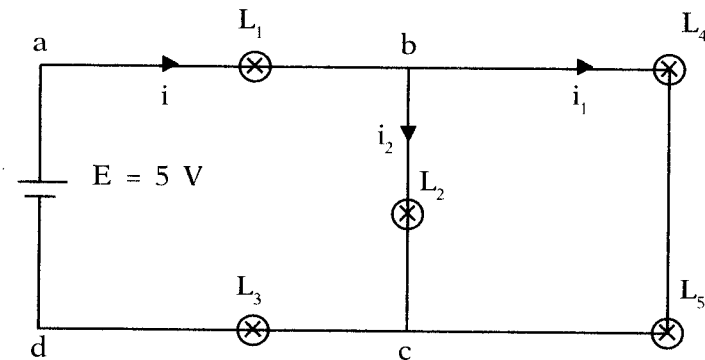
Contoh 4.7

Lima buah lampu, masing-masing $L_1 = L_2 = L_3 : 4V/2W$, $L_4 = L_5 : 4V / 4W$ terpasang pada sumber tegangan dengan $\varepsilon = 5 \text{ V}$ seperti nampak pada Gambar 4.14.

- (a) Hitung daya yang terpakai pada masing-masing lampu.
(b) Jika L_5 putus, hitung daya pada masing-masing lampu.

Penyelesaian:

Masing-masing lampu dapat dianggap sebagai resistor dengan tahanan yang dapat dihitung dengan menggunakan persamaan 4.15 dan daya pada masing-masing lampu dapat juga dihitung dengan menggunakan persamaan 4.15.



Gambar 4.14 Keterangan gambar contoh soal 4.7

$$(a) \quad R_1 = R_2 = R_3 = \frac{(4V)^2}{2W} = 8 \Omega$$

$$R_4 = R_5 = \frac{(4V)^2}{4W} = 4 \Omega$$

$$\begin{aligned} R_{ek} &= [(R_4 + R_5) // R_2] + R_1 + R_3 \\ &= (8 \Omega // 8 \Omega) + 8 \Omega + 8 \Omega \\ &= \frac{8\Omega \cdot 8\Omega}{8\Omega + 8\Omega} \\ &= 20 \Omega \end{aligned}$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{ek}} = \frac{5V}{20\Omega} = 0,25 \text{ A}$$

Dengan demikian:

$$P_1 = P_3 = i^2 R_1 = (0,25 \text{ A})^2 8 \Omega = 0,5 \text{ W}$$

$$V_{bc} = i_2 R_2 = I (R_4 + R_5)$$

$$\text{atau } 8 i_2 = 8 i_1$$

$$i_2 = i_1$$

Mengingat $i_1 + i_2 = I$, maka $i_1 = i_2 = 0,125 \text{ A}$

$$P_2 = I_2^2 R_2 \\ = (0,125 \text{ A})^2 8 \Omega = 0,125 \text{ W}$$

$$P_4 = P_5 = I_2^2 R_4 \\ = (0,125 \text{ A})^2 4 \Omega = 0,0625 \text{ W}$$

(b) Jika lampu L_5 putus, maka L_1 , L_2 , dan L_3 terhubung seri (dialiri arus yang sama).

$$R_{ek} = R_1 + R_2 + R_3 = 24 \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{ek}} = \frac{5}{24} = A$$

Tahanan masing-masing lampu dan arus yang melalui masing-masing lampu sama, maka daya pada masing-masing lampu juga sama, yaitu:

$$p = i^2 R \\ = \left[\frac{5}{24} A \right]^2 8\Omega = \frac{25}{75} W$$

C. Hukum Kirchoff

Seringkali dijumpai bahwa rangkaian listrik yang terdiri atas beberapa rangkaian tertutup (selanjutnya disebut loop), mengandung resistor-resistor saja, atau resistor-resistor dan sumber ggl. Umumnya, untuk menyederhanakan suatu rangkaian yang terdiri atas beberapa loop menjadi satu loop sangat sulit, bahkan kadang-kadang tidak

mungkin. Hukum Kirchoff dapat digunakan untuk menganalisis rangkaian kompleks tersebut yaitu:

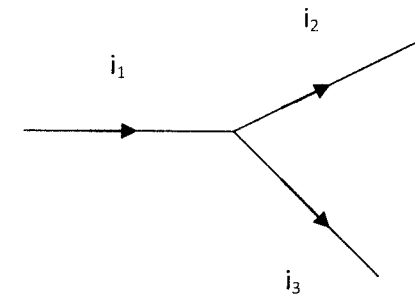
- (1) Jumlah arus yang masuk pada suatu titik cabang harus sama dengan jumlah arus yang meninggalkannya.
- (2) Jumlah beda potensial yang melintasi seluruh elemen dalam suatu loop harus sama dengan nol.

Hukum pertama adalah pernyataan tentang kekekalan muatan. Artinya berapa pun muatan yang masuk pada suatu titik dalam suatu rangkaian harus meninggalkan titik tersebut. Karena muatan tidak dapat tertimbun pada suatu titik. Jika hukum ini diterapkan pada suatu titik cabang seperti terlihat pada Gambar 4.15, akan diperoleh:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Secara umum, hukum Kirchoff I dalam bentuk matematis dapat dituliskan dengan:

$$\sum i_n = \sum i_{out}$$



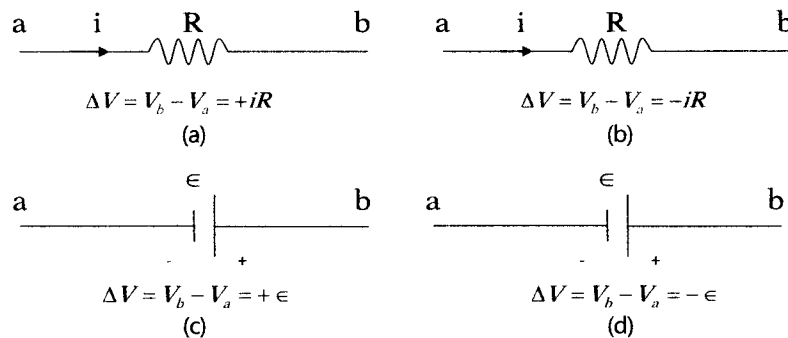
Gambar 4.15 Jumlah arus yang masuk ke suatu titik cabang sama dengan jumlah arus yang meninggalkannya

Hukum Kirchoff II merupakan pernyataan tentang kekekalan energi. Artinya muatan yang bergerak mengelilingi suatu loop (berangkat dan berakhir pada titik yang sama), harus memperoleh energi yang sama besar dengan energi yang hilang. Energi dapat berkurang dalam bentuk berkurangnya potensial ($-iR$) ketika melalui sumber ggl (dalam hal ini energi listrik diubah menjadi energi kimia ketika baterai diisi, sedangkan dalam motor energi listrik

diubah menjadi energi mekanik) secara matematis hukum Kirchoff II dapat dituliskan sebagai:

$$\sum \epsilon = \sum iR$$

Sebagai alat bantu dalam menggunakan hukum Kirchoff II, perhatikanlah beberapa hal berikut ini. (lihat gambar 3.16):



Gambar 4.16 Sketsa perhitungan perubahan potensial

- Jika resistor dilalui dalam arah sama dengan arah arus yang melalui R, maka perubahan potensial listrik melintasi resistor adalah $+ iR$ (Gambar 4.16a).
- Jika resistor dilalui dalam arah berlawanan dengan arah arus yang melalui R, maka perubahan potensial listrik melintasi resistor adalah $- iR$ (Gambar 4.16b).
- Jika sumber ggl dilalui searah dengan arah ϵ (dari kutub negatif ke kutub positif), maka perubahan potensial listrik melalui sumber ggl adalah $+\epsilon$ (Gambar 4.16c).
- Jika sumber ggl dilalui dalam arah berlawanan dengan arah (dari kutub positif ke kutub negatif), maka perubahan potensial listrik melalui sumber ggl adalah $-\epsilon$ (Gambar 4.16d).

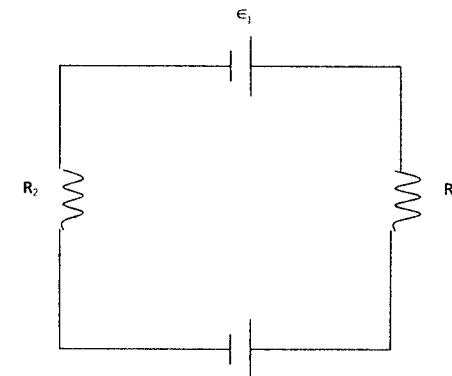
Dalam menggunakan hukum-hukum Kirchoff pada rangkaian yang terdiri atas beberapa loop, perlu diperhatikan hal-hal sebagai berikut.

- Tentukan terlebih dahulu arah arus pada tiap cabang dan arah lintasan pada masing-masing loop.

- Gunakan hukum Kirchoff untuk mendapatkan persamaan linear yang mengandung besaran-besaran yang belum diketahui
- Jumlah persamaan bebas paling tidak haruslah sama dengan jumlah besaran-besaran yang belum diketahui.
- Jika hasil perhitungan arus memberikan hasil negatif, maka arah arus yang sesungguhnya berlawanan dengan arah arus yang diambil.

Contoh 4.8

Suatu rangkaian terdiri dari dua baterai masing-masing dengan $\epsilon_1 = 6V$ dan $\epsilon_2 = 12V$ (tahanan dalam baterai diabaikan), dan dua resistor masing-masing dengan tahanan $R_1 = 8 \Omega$ dan $R_2 = 10 \Omega$, yang dihubungkan seri seperti pada Gambar 4.17. hitunglah arus dalam rangkaian tersebut.



Gambar 4.17 Suatu rangkaian seri terdiri dari atas dua buah baterai dan dua buah resistor

Penyelesaian:

Misalnya dipilih arus seperti pada Gambar 4.17 dan arah lintasan sesuai dengan arah jarum jam. Besar arus pada setiap bagian rangkaian sama besar karena tidak ada titik cabang. Menurut hukum Kirchhoff II:

$$\epsilon_1 - iR_1 - \epsilon_2 - iR_2 = 0$$

atau

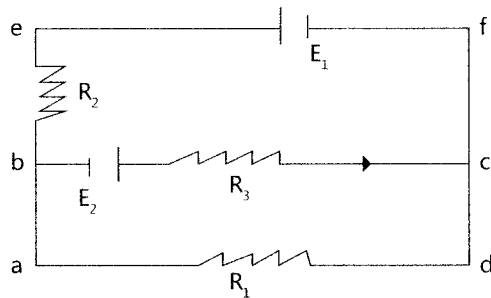
$$i = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R_1 - R_2} = \frac{-6V}{18\Omega} = -\frac{1}{3} A$$

Hasil negatif pada perhitungan tersebut berarti bahwa arah arus yang sesungguhnya berlawanan dengan arah yang dipilih.

Contoh 4.9

Tiga buah resistor masing-masing dengan tahanan $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$ dan $R_3 = 6 \Omega$ dan dua buah sumber tegangan masing-masing $\epsilon_1 = 10 V$ dan $\epsilon_2 = 14 V$ (tahanan dalam diabaikan) terangkai seperti pada Gambar 4.18. Tentukan:

- Arus pada masing-masing cabang.
- Beda potensial antara titik b dan c.



- Terdapat tiga arus dan dipilih arah masing-masing arus seperti pada Gambar 4.18. Karena terdapat tiga variabel yang belum diketahui, maka untuk menyelesaikannya diperlukan tiga persamaan yaitu:

- Titik cabang c: $i_1 + i_2 = i_3$
- Loop dengan arah abcda: $\epsilon_1 - R_3 i_1 - R_1 i_3 = 0$
atau $10 - 6 i_1 - 2 i_3 = 0$
- Loop dengan arah befcb: $-R_2 i_2 - \epsilon_2 + R_3 i_1 - 1 = 0$
atau $-24V + 6 i_1 - 4 i_2 = 0$

Substitusikan persamaan (1) ke persamaan (2) dan sederhanakan persamaan (3), maka:

$$10 = 8 i_1 + 2 i_2, \text{ dan}$$

$$-12 = -3 i_1 + 2 i_2$$

Dengan menggunakan kedua persamaan terakhir diperoleh:

$$i_1 = 2 A$$

$$i_2 = -3 A, \text{ dan}$$

$$i_3 = -1 A$$

Seperti pada contoh 4.8 hasil negatif pada i_2 dan i_3 ini berarti bahwa arah arus yang sebenarnya pada cabang befcb dan cdab berlawanan dengan arah yang dipilih.

- V_{bc} dapat dihitung melalui berbagai lintasan, dan pilihan paling menguntungkan adalah melalui lintasan badc, sehingga:

$$V_{bc} = -i_3 R_1 = -(-1 A) 2 \Omega = 2 V$$

Untuk meyakinkan bahwa perhitungan melalui berbagai lintasan akan menghasilkan V_{bc} yang sama, tinjaulah lintasan befcb:

$$\Delta V = -i_3 R_2 - \epsilon_2$$

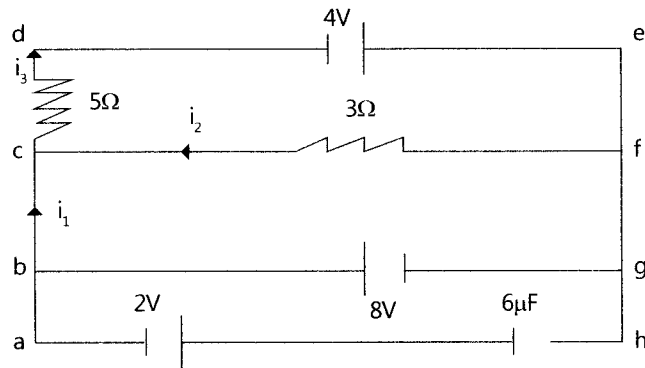
$$V_c - V_b = -(-3 A) (4 \Omega) - 14 V = -2 V$$

$$V_{bc} = V_b - V_c = +2 V$$

Contoh 4.10

Tiga buah resisitor, tiga sumber tegangan dan sebuah kapasitor terangkai seperti tampak pada Gambar 4.19.

- Tentukan arus pada masing-masing cabang pada keadaan stasioner, dan
- Hitunglah muatan pada kapasitor.



Gambar 4.19 Keterangan gambar contoh soal 4.10

Penyelesaian:

- (a) Pertama yang harus diketahui adalah *pada keadaan stasioner cabang yang mempunyai kapasitor merupakan cabang terbuka*, atau dengan kata lain *arus pada cabang tersebut berharga nol*.

Dengan memilih arah harus seperti pada gambar, maka:

- (1) titik cabang c : $i_1 + i_2 = i_3$
- (2) loop dengan arah defcd : $4 - 3 i_2 - 5 i_3 = 0$
- (3) loop dengan arah cfgbc : $8 - 5 i_1 + 3 i_2 = 0$

Substitusikan persamaan (1) dan persamaan (2), maka:

$$8 - 5 i_3 + 8 i_2 = 0$$

Gabungkan persamaan terakhir dengan persamaan (3), maka:

$$i_2 = -0,364 \text{ A}$$

Gunakanlah hasil i_2 dalam persamaan (2) dan (3), maka akan diperoleh:

$$i_1 = 1,38 \text{ A} \quad \text{dan} \quad i_3 = 1,02 \text{ A}$$

- (b) Mengingat $i = 0$ pada cabang gab, maka Hukum Kirchhoff II pada loop abgha memberikan:

$$-8 + V_c - 3 = 0$$

$$V_c = 11 \text{ V}$$

$$\text{Muatan kapasitor: } Q = C V_c$$

$$= (6 \mu\text{F}) (11 \text{ V}) = 66 \mu\text{C}$$

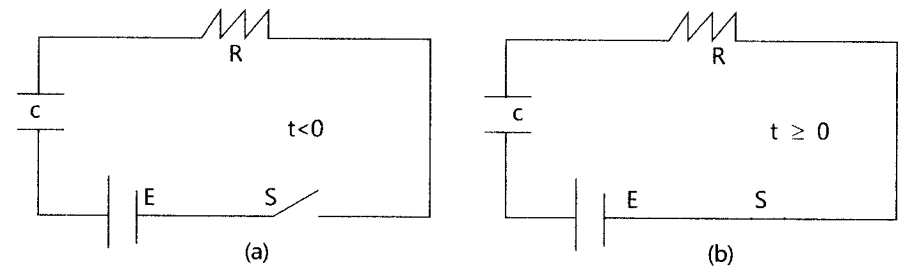
Pada beberapa referensi, bentuk matematis hukum Kirchhoff II ditulis dengan:

$$\sum \epsilon = \sum iR$$

Perlu diperhatikan bahwa pada penggunaannya, penentuan tanda iR dalam persamaan tersebut berbeda dengan yang diuraikan dalam buku ini. Hukum Kirchhoff II dalam buku ini, diberikan dalam bentuk yang sedikit berbeda karena pertimbangan arti fisisnya.

D. Rangkaian R-C

Telah diuraikan tentang rangkaian dengan arus konstan dan sering disebut rangkaian dalam keadaan stasioner. Selanjutnya diuraikan rangkaian yang mengandung *kapasitor* dan arusnya berubah terhadap waktu. Perhatikan status mula-mula rangkaian seri yang terdiri atas sebuah resistor dengan tahanan R , sebuah kapasitor dengan kapasitansi C , sebuah baterai dengan ggl ϵ dan sebuah sakelar S seperti terlihat pada Gambar 4.20.



Gambar 4.20 Sebuah baterai, sebuah kapasitor dari sebuah resistor dihubungkan secara seri melalui sebuah sakelar S

(a) pada $t < 0$ sakelar terbuka

(b) pada $t \leq 0$ sakelar S ditutup

Mula-mula kapasitor tidak bermuatan dan S terbuka (Gambar 4.20.a). Pada saat $t = 0$ sakelar S ditutup, sehingga timbul arus dan kapasitor mulai terisi. Perhatikan bahwa selama proses pengisian kapasitor, muatan tidak dapat melompat atau melintasi plat-plat kapasitor, sebab celah antara kedua plat menggambarkan rangkaian

terbuka. Dalam keadaan ini, muatan dipindahkan dari plat yang satu ke plat yang lain melalui resistor, sakelar, dan baterai sampai muatan kapasitor mencapai maksimum. Harga maksimum muatan kapasitor bergantung pada ggl baterai dan bila muatan maksimum telah tercapai, arus dalam rangkaian berharga nol. Hal ini sesuai dengan pengamatan dan hasil perhitungan. Dengan menggunakan hukum Kirchoff II (setelah S tertutup), diperoleh:

$$\epsilon = iR - \frac{q}{C} = 0$$

iR dan q/C adalah berkurangnya potensial listrik ketika melintasi resistor dan kapasitor. i dan q masing-masing adalah *harga sesaat* arus dan muatan ketika kapasitor sedang diisi atau dimuati. Pada $t = 0$ (ketika S ditutup), muatan pada kapasitor $q = 0$ dan dari persamaan 4.32 diperoleh arus awal i_0 , yaitu:

$$i_0 = \frac{\epsilon}{R} \dots\dots\dots [4.33]$$

Setelah muatan *kapasitor mencapai harga maksimumnya* (Q), arus dalam rangkaian sama dengan nol, sehingga dari persamaan 4.32 diperoleh:

$$Q = C\epsilon \dots\dots\dots [4.34]$$

Untuk menentukan harga sesaat arus (i), maka ruas kiri dan kanan pada persamaan 4.32 dideferensialkan terhadap waktu:

$$\frac{d}{dt} \left(\epsilon - \frac{q}{C} - iR \right) = 0$$

Karena ϵ konstan, maka $\frac{d\epsilon}{dt} = 0$, sehingga persamaan (4,35) menjadi:

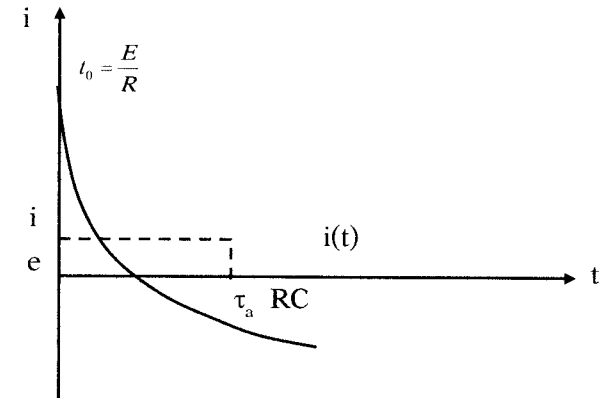
$$-\frac{1}{C} \frac{dq}{dt} - R \frac{di}{dt} = 0$$

$$\text{atau} \quad R \frac{di}{dt} = -\frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = -\frac{i}{C}$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{1}{RC} dt \dots\dots\dots [4.36]$$

dengan menggunakan syarat awal $t = 0, i = i_0$ maka:

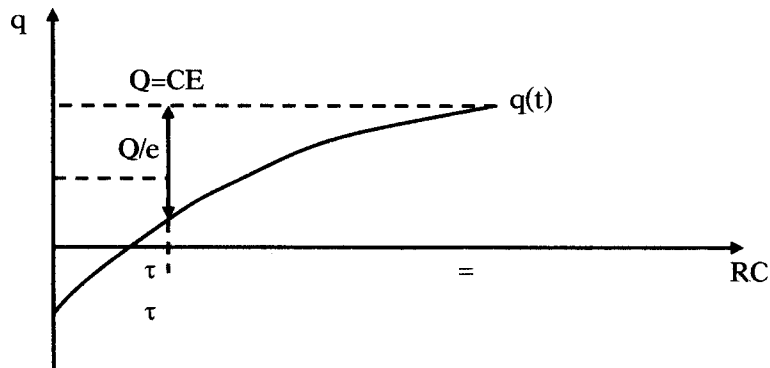
$$\begin{aligned} \int_{i_0}^{i(t)} \frac{di}{i} &= -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \\ \ln \frac{i(t)}{i_0} &= -\frac{t}{RC} \rightarrow i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{RC}} \\ i(t) &= \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \dots\dots\dots [4.37] \end{aligned}$$



Gambar 4.21 Sketsa grafik arus sebagai fungsi waktu

Untuk memperoleh muatan sesaat dalam kapasitor, substitusikan $i = \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$ ke persamaan 4.37, kemudian integralkan persamaan tersebut dengan syarat awal $t = 0, q = 0$ sehingga:

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \\ dq &= \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt \\ \int_0^{q(t)} dq &= \frac{\epsilon}{R} \int_0^t e^{-\frac{t}{RC}} dt \\ q(t) &= C\epsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = Q \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \dots\dots\dots [4.37] \end{aligned}$$



Gambar 4.22 Sketsa grafik muatan dalam kapasitor sebagai fungsi waktu yang dinyatakan oleh persamaan 3.38

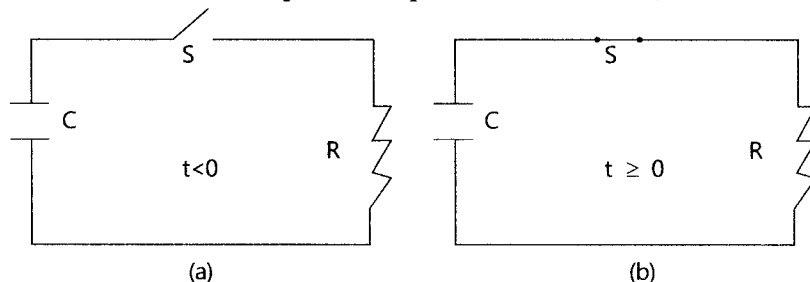
Pada Gambar 4.21, pada $t = 0$ arus mempunyai harga maksimum $i_0 = \frac{\epsilon}{R}$ dan berkurang secara eksponensial menuju nol ketika $t \rightarrow \infty$. Pada Gambar 4.22, pada $t = 0$ muatan kapasitor $q = 0$ dan maksimum $q = Q = C\epsilon$ ketika $t \rightarrow \infty$. Kerja yang dilakukan oleh baterai selama pengisian kapasitor adalah:

$$W = Q\epsilon = C\epsilon^2.$$

Setelah muatan kapasitor mencapai maksimum, energi yang tersimpan di dalam kapasitor adalah:

$$U = \frac{1}{2} Q\epsilon = \frac{1}{2} C\epsilon^2.$$

Tampak bahwa kerja yang dilakukan oleh baterai, setengahnya disimpan di dalam kapasitor dalam bentuk energi listrik dan setengah bagian yang lain berubah menjadi kalor joule dan resistor. Perhatikan sekarang Gambar 4.23 yang terdiri atas sebuah kapasitor dengan muatan awal Q , sakelar S (terbuka) dan sebuah resistor. Ketika S masih terbuka, pada kapasitor terdapat beda potensial sebesar Q/C dan beda potensial pada resistor nol (sebab $i = 0$)



Gambar 4.23 Sketsa proses pengosongan muatan kapasitor melalui suatu resistor

Jika S ditutup pada saat $t = 0$, kapasitor akan mulai mengosongkan muatannya melalui resistor (lihat Gambar 4.23b). Andaikan pada suatu saat dalam proses pengosongan arus dalam rangkaian adalah i dan muatan di dalam kapasitor adalah q . Dengan menggunakan hukum Kirchhoff II (dengan $\epsilon = 0$), diperoleh:

$$iR + \frac{q}{C} = 0$$

Karena $i = \frac{dq}{dt}$, maka

$$R \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt \quad \dots\dots\dots [4.39]$$

Integralkan persamaan 4.39 dengan menggunakan syarat awal $q = Q$ pada $t = 0$, maka:

$$\int_0^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{q}{Q} = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = Q e^{-\frac{t}{RC}} \quad \dots\dots\dots [4.40]$$

Diferensialkan persamaan 4.40 terhadap waktu, sehingga diperoleh arus i sebagai fungsi waktu, yaitu:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad \dots\dots\dots [4.41]$$

di mana i_0 adalah $\frac{Q}{RC}$ adalah arus awal.

Dari persamaan 4.40 dan persamaan 4.41 terlihat bahwa setelah S ditutup baik muatan dalam kapasitor maupun arus dalam rangkaian berkurang (meluruh) secara eksponensial. Besaran RC yang terdapat dalam persamaan 4.37, persamaan 4.40, dan persamaan 4.41 sering disebut *tetapan waktu* (t) rangkaian. Besaran yang demikian ini biasanya muncul dalam peristiwa atau gejala peluruhan yang terjadi secara eksponensial. Secara umum, tetapan

waktu peluruhan suatu besaran dapat diartikan sebagai selang waktu yang diperlukan untuk memperkecil harga besaran tersebut menjadi $1/e$ kali harga sebelumnya.

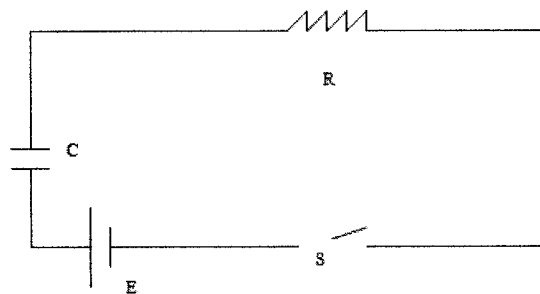
Sebagai contoh dari uraian yang telah diberikan: Jika pada saat awal, $i(0) = i_0$, maka pada saat $t = \tau \rightarrow i(t) = i_0/e$. Atau jika pada saat $t = t_0$ harga $i = i(t_0)$ maka pada saat $t = t_0 + \tau$, harga $i =$

Khusus untuk RC pada persamaan 4.38, τ harus didefinisikan secara lain karena peristiwa yang terkait dengan besaran tersebut adalah peristiwa pengisian yang terjadi secara eksponensial, yaitu waktu untuk mengisi kapasitor sampai kurang $1/e$ muatan final atau akhir.

Contoh 4.11

Kapasitor tak bermuatan dengan $C = 5 \mu\text{f}$, sebuah resistor dengan $R = 8 \times 10^5 \Omega$, dan sebuah sumber tegangan dengan $\mathcal{E} = 12\text{V}$ dihubungkan secara seri dan dilengkapi dengan sebuah sakelar s seperti terlihat pada Gambar 4.24.

- (a) Tentukan tetapan waktu rangkaian, muatan maksimum pada kapasitor, arus maksimum pada rangkaian, muatan kapsitor serta arus rangkaian sebagai fungsi waktu setelah sakelar ditutup
- (b) Buat sketsa grafik $q(t)$ dan $i(t)$.



Gambar 4.24: Keterangan gambar contoh soal 4.11

Penyelesaian

$$(a) \Omega = RC = (8 \times 10^5 \Omega) (5 \times 10^{-6} \text{ F})$$

$$\tau = 4\text{s}$$

$$Q = C\mathcal{E} = (5 \times 10^{-6} \text{ F}) (12\text{V}) = 6 \times 10^{-5} \text{ C atau } 60 \mu\text{C}$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12\text{V}}{8 \times 10^5 \Omega} = 1,5 \times 10^{-5} \text{ A atau } 15 \mu\text{A}$$

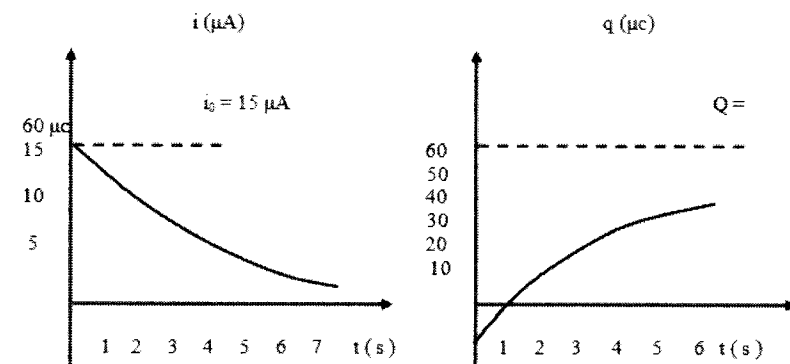
Gunakan hasil-hasil tersebut pada persamaan 4.37 dan 4.38, diperoleh:

$$i(t) = 15e^{-t/4} \mu\text{A}$$

$$q(t) = 60 (1 - e^{-t/4}) \mu\text{C}$$

- (b) Dengan menggunakan beberapa titik-titik bantu akan diperoleh grafik berikut:

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
q (μC)	60									
i (μA)	15									

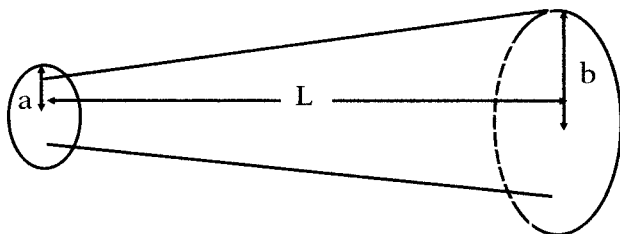


Soal Uji Kompetensi

- (1) Muatan total yang terdapat pada suatu penampang seluas 10^{-6} m^2 berubah terhadap waktu menurut persamaan: $Q = t^2 - 4t + 4$, di mana Q dalam C dan t dalam detik. Jika perubahan

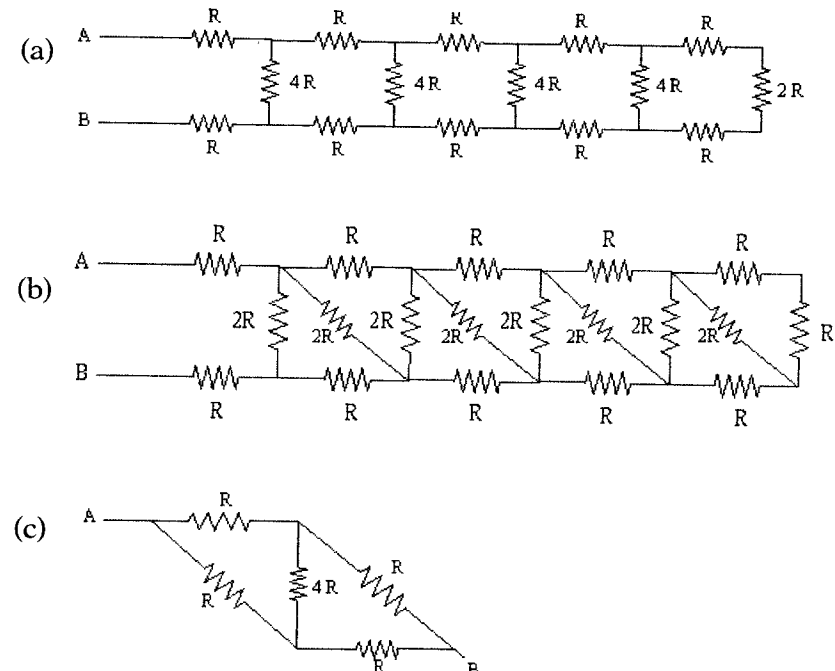
tersebut disebabkan oleh aliran elektron bebas dengan kerapatan $n = 10^{28}$ elektron per m^3 dan diketahui besar muatan tiap elektron $= e = 1,6 \times 10^{-19}$ C. Tentukan:

- arus listrik yang melalui penampang tersebut pada $t = 4$ s,
 - muatan total yang melintasi penampang tsb selama selang waktu $0 \leq t \leq 4$ s,
 - kecepatan hanyut elektron ketika muatan total pada penampang 1 C.
- (2) Rapat arus dalam suatu konduktor silinder berjari-jari R mempunyai simetri lingkaran terhadap sumbu silinder dan dinyatakan dengan persamaan $J(r) = ar$:
- tentukan arus total konduktor,
 - jika $R=10^{-3}m$, $a= 3 \times 10^6 A/m^3$, $e=1,6 \times 10^{-19}C$ dan elektron $n=10^{26}$ elektron/ m^3 , hitunglah kecepatan hanyut elektron pada $r=0,5mm$ dan kecepatan hanyut rata-rata elektron dalam konduktor tersebut.
- (3) Bahan dengan resistivitas menempati ruang di antara dua kulit bola berjari-jari r_A dan r_B dengan $r_A < r_B$. Tentukan:
- tahanan yang dihasilkan bahan dengan bentuk geometri tersebut, jika dialiri arus dalam arah radial,
 - tahanan total yang terjadi jika bahan tersebut dilapisi dengan bahan lain yang mempunyai resistivitas 2 setebal d dan dialiri arus dengan arah radial.
- (4) Suatu bahan dengan konduktivitas listrik σ mempunyai bentuk geometri seperti pada Gambar 4.26. Jika jari-jari penampang kiri a dan jari-jari penampang kanan b , jarak kedua penampang L , dan arah arus sejajar dengan sumbu kerucut terpancung dan tentukan tahanan tersebut.

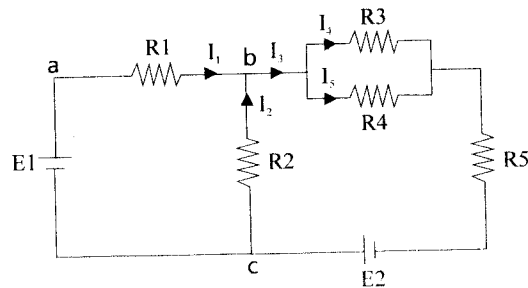


Gambar 4.26 Keterangan gambar soal nomor 4

- (5) Suatu sumber dengan $\mathcal{E}=12V$ dapat memberikan arus sebesar 1A jika dihubungkan dengan tahanan beban sebesar 10Ω . Jika sebuah peralatan menggunakan energi listrik dengan spesifikasi 12V/18W dipasang pada sumber tersebut, hitunglah:
- turunnya tegangan pada sumber,
 - arus listrik dan daya yang terpakai pada alat tersebut.
- (6) Dua buah lampu pijar masing-masing bertuliskan V/P_1 dan V/P_2 .
- Jika kedua lampu tersebut terpasang paralel, ternyata lampu pertama menyala lebih terang. Manakah yang lebih besar, P_1 ataukah P_2 ? Jika kedua lampu tersebut terpasang seri, lampu mana yang menyala lebih terang? Jelaskan alasan anda.
 - Kedua lampu tersebut akan menggunakan daya listrik sebesar 72W jika terpasang paralel dan diberi tegangan 12V, dan menggunakan daya listrik sebesar 16W jika terpasang secara seri dan diberi tegangan 12V. Jika V yang tertulis pada kedua lampu tersebut 15 Volt, hitunglah P_1 dan P_2 .
- (7) Tentukan tahanan ekuivalen antara titik A dan B pada rangkaian-rangkaian berikut:



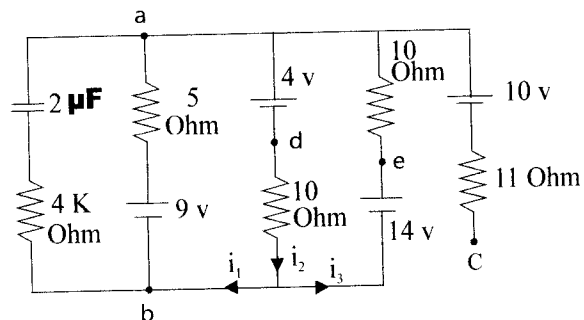
- (8) Lima resistor $R_1 = 40\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 5\Omega$, $R_4 = 20\Omega$, dan $R_5 = 16\Omega$ serta dua sumber ggl $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 100\text{ V}$ terpasang dalam suatu rangkaian seperti diperlihatkan pada Gambar 4.28.



Gambar 4.28 Keterangan gambar soal nomor 8

Jika arah arus diminta seperti Gambar 4.28, hitung pula beda potensial antara titik a dan titik c.

- (9) Sebuah kapasitor dihubungkan dengan sumber ggl searah melalui sebuah resistor. Tegangan kapasitor berubah terhadap waktu menurut pers: $V(t) = 150(1 - e^{-20t})$. Jika pada saat $t = 0,05\text{ s}$ arus dalam rangkaian sebesar $1,14\text{ mA}$, hitunglah:
- kapasitansi dan resistansi dalam rangkaian tersebut.
 - energi tersimpan pada kapasitor pada saat tersebut.
- (10) Suatu rangkaian terdiri atas sumber tegangan, resistor dan kapasitor seperti nampak pada Gambar 4.29 berikut ini.



Gambar 4.29 Keterangan gambar soal nomor 10

Setelah keadaan stasioner tercapai, tentukan:

- i_1 , i_2 , dan i_3
- V_{bc} serta,
- muatan kapasitor.

Kunci Jawaban

- (1) (a). 4 A (b). 0 (c). $1,25 \times 10^{-3}\text{ m/s}$

Petunjuk:

- (a) Gunakan persamaan 4.2 dan gunakan harga t yang diminta.

$$(b) \Delta Q = \int_0^4 i dt$$

- (c) Tentukan t yang memenuhi $Q = 1\text{ C}$, lalu gunakan t tersebut untuk menentukan i , dan gunakan persamaan 4.3.

- (2) (a) $i = 2\pi\text{ mA}$
 $V(r) = 0,94 \times 10^{-4}\text{ m/s}$ pada $r = 0,5\text{ mm}$
 $V_{\text{rata-rata}} = 1,25 \times 10^{-4}\text{ m/s}$

Petunjuk:

- (a) Gunakan hubungan $I = \int IdA$, dan sistem koordinat polar, sehingga $dA = 2\pi r dr$ (karena simetri lingkaran).
 (b) $J(r) = n e v(r)$
 $i = n e A \cdot V_{\text{rata-rata}}$

- (3) (a) $R = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$
 (b) $R = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) + \frac{2}{4\pi} \left(\frac{1}{B} - \frac{1}{B+d} \right)$

Petunjuk:

- (a) Tinjau elemen kulit bola setebal dr dengan jari-jari r yang terletak di dalam bahan. Jika beda potensial permukaan dalam dan permukaan luar kulit bola tersebut adalah dV , maka arus yang melalui kulit bola adalah:

$$i = \frac{dV}{1/A} = \frac{dV}{d/4\pi 2} \quad \text{atau} \quad \frac{dV}{i} = \frac{d}{4\pi 2}$$

Mengingat i dan d konstan, integrasikan kedua ruas persamaan tersebut dengan batas-batas integrasi yang sesuai

akan memberikan tahanan yang diminta.

- (b) Sistem dapat dianggap sebagai dua resistor terpasang seri (dialiri arus yang sama) masing-masing dengan bentuk rumus yang serupa.

$$(4) R = \frac{1}{\pi\sigma} \left(\frac{L}{a \cdot b} \right)$$

Petunjuk:

Tinjau penampang setebal dx yang berjarak x dari ujung kiri, maka jari-jari penampang tersebut:

$$r = a + \frac{x}{L}(b - a)$$

$$\text{sehingga: } A = \pi r^2 = \pi \left[a + \frac{x}{L}(b - a) \right]^2$$

Selanjutnya, dengan menyelesaikan persamaan: $i = \frac{dv}{dx / \sigma \pi 2}$

seperti soal no (3) akan diperoleh tahanan yang diminta, yaitu:

$$R = \frac{1}{\pi\sigma} \cdot \frac{L}{a \cdot b}$$

- (5) (a). 2,4 V
(b). 1,2 A
11,52 W

Petunjuk:

Hitunglah terlebih dahulu tahanan dalam sumber dan tahanan alat tersebut.

- (a) Tentukan arus dalam rangkaian dan turunya tegangan dalam sumber adalah ir.
- (b) Cukup jelas (lihat contoh 3.4).
- (6) (a) Lampu yang terpasang paralel mempunyai tegangan sama, maka lampu yang lebih terang mempunyai tahanan yang lebih kecil sehingga dapat disimpulkan $P_1 > P_2$. Lampu yang terpasang seri dialiri arus yang sama maka daya sebanding dengan tahanan. Jadi, lampu kedua akan menyala lebih terang.
- (b) $P_1 = 108W$ dan $P_2 = 54W$

Petunjuk:

- (a) Sudah jelas.

- (b) Dengan menggunakan $R_1 = \frac{V^2}{P_1}$ dan $R_2 = \frac{V^2}{P_2}$ pada rangkaian paralel $R_1 // R_2$ dan rangkaian seri $R_1 + R_2$ serta rumus daya yang sesuai. P_1 dan P_2 dapat diselesaikan.

- (7) (a) 4 R
(b) 3 R
(c) R

Petunjuk:

- (a) dan (b) kerjakan dari rangkaian belakang ke depan.
- (c) gunakan Hukum Kirchoff dengan mengandaikan bahwa antara titik A dan titik B diberi potensial V.

$$\begin{array}{ll} 8. \quad i_1 = 3 \text{ A} & i_1 = 3 \text{ A} \\ i_1 = 3 \text{ A} & i_1 = 3 \text{ A} \\ i_1 = 3 \text{ A} & V_{ac} = 36 \text{ V} \end{array}$$

Petunjuk:

Sederhanakanlah tahanan antara titik b dan titik c, sehingga diperoleh dua loop. Gunakan hukum Kirchoff pada kedua loop tersebut sehingga diperoleh i_1 , i_2 , dan i_3 , i_4 , dan i_5 dengan mudah dapat dihitung dengan persamaan 3.29, yaitu khusus untuk dua resistor paralel.

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_c - V_a = -i_2 R_2 - i_3 (R_3 // R_4) \\ V_{ac} &= V_a - V_c \\ &= i_2 R_2 + i_3 (R_3 // R_4) \end{aligned}$$

- (9) (a) $C = 1,2 \mu F$
 $R = 4,2 \times 10^4 \Omega$
(b) $U = 6,3 \times 10^{-3} J$

Petunjuk:

$$V(t) = \epsilon (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= \frac{\epsilon}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \\ &= \frac{1}{C R} \epsilon e^{-\frac{t}{RC}}\end{aligned}$$

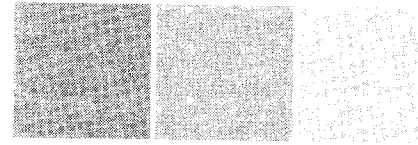
$$C \frac{dV}{dt} = i(t)$$

- (a) Hitunglah turunan V terhadap t , kemudian gunakan t yang diketahui pada persamaan di atas untuk menentukan C .
(b) Cukup jelas.

- (10)(a) $i_1 = 0$
 $i_2 = i_3 = 0,5 \text{ A}$
(b) $V_{bc} = 1 \text{ V}$
(c) $Q = 1,8 \text{ } \mu\text{C}$

Petunjuk:

- (a) Pada keadaan stasioner tidak ada arus yang melalui kapasitor maupun resistor 11Ω . Dengan menggunakan hukum Kirchhoff I dan hukum Kirchhoff II pada loop abda dan ded, maka i_1 , i_2 , dan i_3 dapat dihitung.
(b) $V_{bc} = V_{ba} + V_{ac}$
(c) $Q = C V_{ab}$



Bab 5

Medan Magnet

Kompetensi Dasar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini pembaca diharapkan dapat memahami konsep medan magnet dan memecahkan persoalan interaksi arus listrik dengan medan magnet.

Indikator Hasil Belajar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan dapat:
menjelaskan pengertian medan magnet; prinsip hukum biot-savart; menghitung induksi magnetik di suatu titik oleh kawat berarus listrik; menjelaskan prinsip hukum ampere; memecahkan persoalan gerak partikel bermuatan dalam medan magnet; pengaruh medan magnet terhadap kawat berarus; prinsip kerja galvanometer, dan sifat magnetik bahan.

A. Induksi Magnetik

Medan magnet adalah medan vektor. Artinya besaran yang dilukiskan medan tersebut adalah besaran vektor. Besaran vektor medan magnet ini biasanya disebut *induksi magnetik*, dan dinyatakan dengan vektor B . Seperti halnya medan listrik, medan magnet dapat dilukiskan dengan garis-garis yang dinamakan *garis induksi magnetik*, yaitu garis yang arah garis singgung pada setiap titiknya menyatakan arah induksi magnet B di titik tersebut. Besar vektor induksi magnetik B menyatakan *rapat garis induksi*, yaitu *banyaknya garis induksi magnet yang melalui satu satuan luas bidang yang tegak lurus arah medan di titik itu*. Banyaknya garis induksi yang melalui suatu luasan dinamakan fluks magnet (Φ), sedangkan banyaknya garis induksi magnet per satuan luas dinamakan *rapat fluks magnet* (B). Dalam SI, satuan fluks magnet adalah *Weber* (W) sehingga satuan rapat fluks atau induksi magnetik B adalah weber per meter persegi atau W/m^2 . Satuan W/m^2 juga disebut Tesla (T) sehingga $1 W/m^2 = 1 T$.

B. Hukum Biot-Savart

Setelah penemuan *Oersted*, selanjutnya *Biot* dan *Savart* merumuskan induksi magnet B di suatu titik yang ditimbulkan oleh arus listrik. Perumusan Biot-Savart (yang selanjutnya disebut sebagai *Hukum Biot-Savart*) menyatakan bahwa induksi magnet dB yang dihasilkan di P oleh elemen kawat dS yang berarus listrik i mempunyai sifat-sifat sebagai berikut:

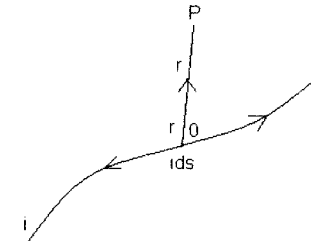
1. dB tegak lurus terhadap dS maupun vektor satuan r yang arahnya dari elemen dS ke titik P ;
2. $|dB|$ 3 berbanding terbalik dengan r^2 , yaitu kuadrat jarak yang dihitung dari elemen dS ke P ;
3. $|dB|$ berbanding lurus dengan arus i dan panjang elemen ($|dS|$);
4. $|dB|$ 3 berbanding lurus dengan $\sin \theta$, yaitu sinus sudut yang dibentuk oleh dS dan r .

Secara matematis, Hukum Biot-Savart dapat dituliskan:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \cdot dS \cdot X \cdot r}{r^2}$$

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \cdot dS \cdot X \cdot r}{r^2} \dots\dots\dots [5.1]$$

$\frac{\mu_0}{4\pi}$ adalah tetapan perbandingan di mana μ_0 dinamakan permeabilitas hampa udara.



Gambar 5.1 Medan magnet dB di titik P yang dihasilkan oleh elemen $i ds$ tegak lurus bidang gambar mendekati pembaca.

Dalam satuan SI didefinisikan:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} W/Am \dots\dots\dots [5.2]$$

Perlu diperhatikan bahwa hukum Biot-Savart memberikan induksi magnetik di suatu titik *hanya oleh sebagian kecil (elemen) penghantar berarus*. Induksi magnetik total di titik P yang dihasilkan oleh penghantar berarus dengan ukuran tertentu diperoleh dengan cara menjumlahkan (secara vektor) semua dB yang dihasilkan oleh seluruh elemen penghantar berarus. Secara matematis dapat dituliskan dengan:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dS \cdot X \cdot r}{r^2} \dots\dots\dots [5.3]$$

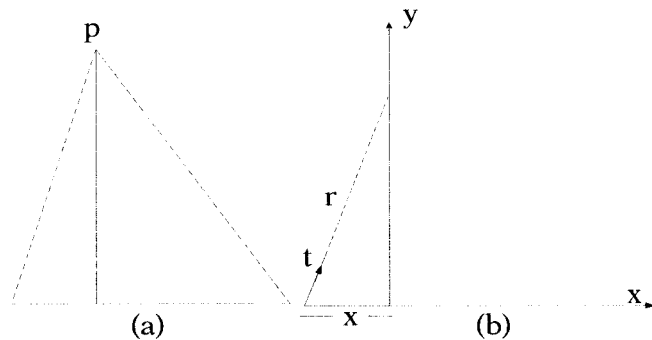
Ungkapan matematis tersebut harus diselesaikan secara saksama karena integrasi melibatkan besaran-besaran vektor. Berikut ini akan diuraikan beberapa contoh penggunaan hukum Biot-Savart untuk menghitung induksi magnetik B yang dihasilkan oleh beberapa kawat berarus dengan bentuk geometri tertentu.

1. Induksi Magnetik oleh Kawat Lurus Berarus

Pada bagian ini, dihitung induksi magnetik yang ditimbulkan oleh sepotong kawat lurus berarus i di sebuah titik yang berjarak a dari kawat seperti terlihat pada Gambar 5.2a. Selanjutnya, jika tidak ada penjelasan, diameter kawat dianggap nol. Untuk menyelesaikan persoalan tersebut, dipilih sumbu x berhimpit dengan kawat dan sumbu y yang diambil melalui titik P (lihat Gambar 5.2b.).

Selanjutnya tinjaulah elemen kawat berarus $i \vec{ds}$ yang berjarak x dari pusat koordinat, maka induksi magnetik di titik P dari elemen tersebut adalah:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \cdot d\vec{S} \cdot \vec{X} \cdot r}{r^2} \dots\dots\dots (\text{lihat persamaan 5.1})$$



Gambar 5.2 (a). Posisi titik P terhadap kawat berarus
(b). Elemen $i \vec{ds}$ yang ditinjau berjarak x dari pusat kordinat

Dari gambar terlihat bahwa:

$$i \vec{ds} = dx \hat{i}$$

$$r = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}$$

sehingga diperoleh:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \sin \theta \cdot dx \hat{k}}{r^2} \dots\dots\dots [5.4]$$

Untuk memperoleh induksi magnetik total di titik P yang ditimbulkan oleh seluruh kawat yang ditinjau, persamaan tersebut harus diintegrasikan. Ada tiga variabel yang saling berkaitan yaitu x , r , dan θ . Oleh karena itu persamaan di atas dapat disederhanakan sehingga diperoleh suatu fungsi dengan satu variabel.

Dari gambar 5.2b terlihat bahwa:

$$r = \frac{a}{\sin \theta} \text{ atau } r = a \operatorname{cosec} \theta$$

$$\text{dan } \operatorname{tg} \theta = \frac{a}{-x} \text{ atau } x = -a \operatorname{ctg} \theta \text{ dan } dx = a \cos^2 \theta \cdot d\theta$$

Tanda $(-)$ pd $\operatorname{tg} \theta$ harus ditambahkan karena untuk $x > 0$, sudut θ tumpul sehingga $\operatorname{tg} \theta < 0$. Substitusikan hasil-hasil tersebut ke persamaan 5.4, sehingga diperoleh:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{a \cos^2 \theta \cdot \sin \theta d\theta}{a^2 \cos^2 \theta} \cdot \hat{k}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \sin \theta d\theta \hat{k}$$

Induksi magnetik yang dihasilkan oleh kawat adalah:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cdot d\theta \cdot \hat{k}$$

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \dots\dots\dots [5.5]$$

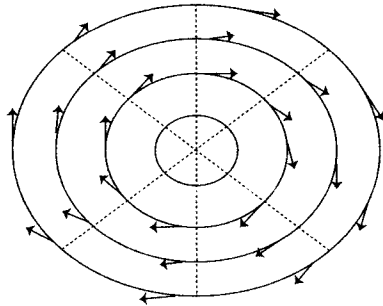
Hal khusus pada Gambar 5.2a, jika titik P terletak pada kawat atau perpanjangannya, yang berarti $a = 0$, maka persamaan 5.5 tidak dapat digunakan karena merupakan bentuk tak tertentu (nol dibagi nol).

Dengan memperhatikan Gambar 5.2b dengan mudah terlihat bahwa $i \vec{ds} \times \vec{r} = 0$ untuk setiap element kawat, sehingga $d\vec{B}$ di titik P juga berharga nol. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa induksi magnetik oleh sepotong kawat lurus berarus di suatu titik yang terletak pada kawat atau perpanjangannya bernilai nol. Induksi magnetik B yang dihasilkan oleh kawat lurus yang panjangnya tak terhingga di titik P yang berjarak a dari kawat, dapat dihitung dari persamaan 5.5 dengan memasukkan harga $\theta_1 = 0$ dan $\theta_2 = \pi$, sehingga diperoleh:

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \dots\dots\dots [5.6]$$

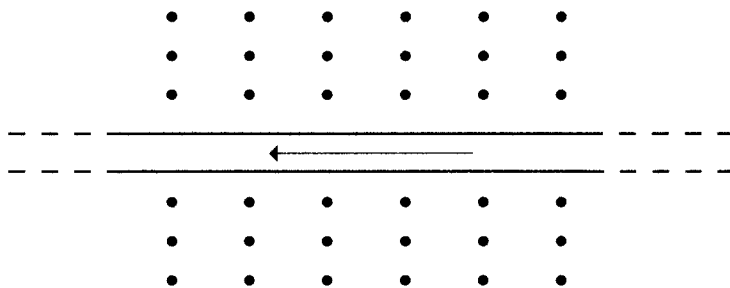
Hubungan arah B yang ditimbulkan oleh kawat lurus panjang dengan arah i dalam kawat yang ditentukan pula dengan aturan sekrup kanan: arah putar sekrup sesuai dengan arah B dan arah

maju/mundur sekrup sesuai dengan arah i . Jika kawat tegak lurus bidang gambar dan arah arus menjauhi penggambar (tanda \times), arah induksi magnetik pada setiap titik di sekitar kawat berarus ditunjukkan oleh garis singgung pada lingkaran yang dilukis dengan pusat titik tembus kawat dengan bidang gambar (lihat Gambar 5.3)



Gambar 5.3 Arah B di sekitar kawat berarus i yang tegak lurus bidang gambar mengikuti arah garis singgung lingkaran

Jika kawat lurus berarus terletak pada bidang gambar, maka arah induksi magnetik ditunjukkan dengan tanda \times (tegak lurus bidang gambar menuju pembaca), seperti terlihat pada Gambar 5.4.



Gambar 5.4 Arah B di sekitar kawat berarus dinyatakan dengan tanda \circ dan tanda \times pada daerah yang lebih dekat kawat B digambarkan lebih rapat karena B lebih besar

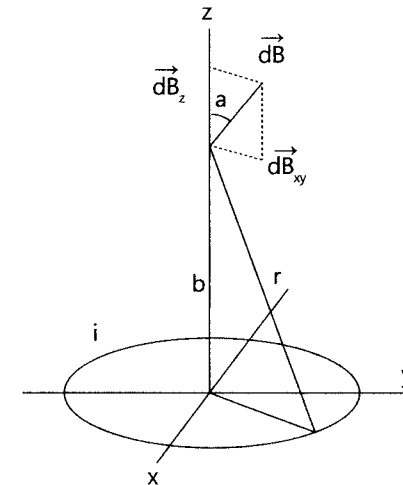
2 Induksi Magnetik oleh Kawat Lingkaran Berarus

Ditinjau suatu kawat berbentuk lingkaran dengan jari-jari R , terletak pada bidang xy dan dialiri arus i akan dihitung induksi magnetik B di suatu titik pada sumbu lingkaran yang berjarak b dari pusat lingkaran. Diambil sumbu z berhimpit dengan sumbu lingkaran

seperti pada Gambar 5.5. Dari Gambar 5.5. terlihat bahwa setiap elemen kawat berarus $i \, dS$ selalu tegak lurus terhadap r sehingga besar induksi magnetik yang ditimbulkannya di titik P dapat dinyatakan dengan:

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{|d\vec{S} \cdot \vec{X} \cdot r|}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dS}{(R^2 + b^2)}$$

Dengan arah dB membentuk sudut θ terhadap sumbu z



Gambar 5.5 Medan magnet dB di P yang dihasilkan oleh elemen $i \, dS$ pada kawat lingkaran berarus

Sifat simetri lingkaran terhadap sumbu z menyebabkan setiap komponen dB yang sejajar bidang xy secara berpasangan saling meniadakan, sehingga yang ada hanya komponen dB dalam arah sumbu z saja, yaitu:

$$dB_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dS \cdot \cos \theta}{(R^2 + b^2)} \hat{k}$$

Induksi magnetik total di P yang dihasilkan oleh kawat lingkaran secara keseluruhan:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \frac{\mu_0 i \cos \theta \cdot k}{4\pi (R^2 + b^2)} \hat{k} \oint ds \\ &= \frac{\mu_0 i \cos \theta \cdot 2\pi R}{4\pi (R^2 + b^2)} \hat{k} \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + b^2)^{3/2}} \hat{k} \quad \dots\dots\dots [5.7]\end{aligned}$$

Hal khusus jika titik P terletak pada pusat lingkaran, maka

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2R^2} \hat{k} \quad \dots\dots\dots [5.8]$$

Catatan: untuk $b > R$, dari persamaan 5.7:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2}{2b^3} \hat{k} \quad \dots\dots\dots [5.9]$$

Arah B yang dihasilkan kawat lingkaran berarus menyerupai arah B yang dihasilkan batang magnet yang ber kutub utara-selatan ataupun suatu dipol (dwi kutub) magnet. Besaran yang menggambarkan besar dipol ini disebut momen dipol. Selanjutnya, momen dipol magnet yang dihasilkan oleh suatu kawat lingkaran berarus didefinisikan sebagai *hasil kali arus i* dan luas bidang yang dibatasi oleh kawat berarus tersebut, atau:

$$\vec{\mu} = \pi R^2 i \quad \dots\dots\dots [5.9a]$$

maka menurut pendekatan di atas, besar induksi magnetik yang dihasilkan oleh suatu momen dipol magnet di suatu tempat yang berjarak b ($b \gg R$) adalah:

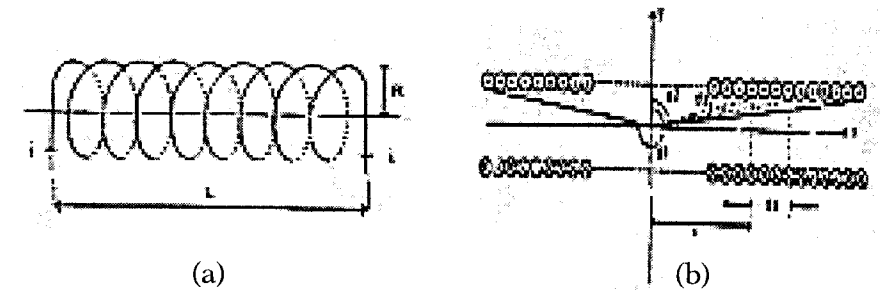
$$B \approx \frac{\mu_0 \mu}{2\pi b^3} \quad \dots\dots\dots [5.9b]$$

adalah kawat lurus berarus oleh elemen kawat $\frac{1}{r}$ berarus $\frac{1}{r^2}$, dan oleh dipol magnet $\frac{1}{r^3}$; jadi makin lemah.

3. Induksi Magnetik oleh Solenoida

Solenoida adalah gulungan kawat berarus dengan penampang lingkaran yang luasnya sama dan membentuk selubung silinder. Pada uraian berikut, akan ditentukan induksi magnetik B yang

ditimbulkan dari solenoida dengan jumlah lilitan N , panjang L , jari-jari R dan dialiri arus i , di titik P yang terletak pada sumbu solenoida (lihat Gambar 5.6).



Gambar 5.6 (a) Gambar ruang solenoida
(b) Gambar skematik penampang solenoida. Lingkaran dan tanda di dalamnya menyatakan kawat dan arah arus di dalamnya.

Pilih sumbu solenoida sebagai sumbu x dengan titik P sebagai pusatnya. Ditinjau elemen solenoida yang berjarak x dari Y setelah dx . Induksi magnetik di P oleh elemen tersebut adalah:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \frac{Ni \cdot dx}{L} \hat{i} \quad \dots\dots\dots [5.10]$$

Dari Gambar 5.6 tampak bahwa: $x = R \tan \theta$, sehingga $dx = R \sec^2 \theta d\theta$. Substitusikan ke persamaan 4.10, sehingga diperoleh:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 N \cdot i}{2L} \cos \theta d\theta \hat{i} \quad \dots\dots\dots [5.11]$$

Induksi magnetik total di P diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan 5.11 dari $\theta = \theta_1$, hingga $\theta = \theta_2$,

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \frac{\mu_0 N \cdot i}{2L} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 N \cdot i}{2L} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \hat{i} \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 N \cdot i}{2L} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \hat{i}\end{aligned}$$

$n = N$ disebut *rapat lilitan* = jumlah lilitan per satuan panjang. Dengan memerhatikan arah pengukuran A, jika solenoida sangat panjang, panjang (dan $L \gg R$) dan P di tengah-tengah solenoida, maka $\theta_1 = 270^\circ$ dan $\theta_2 = 90^\circ$, sehingga:

$$\vec{B} = \mu_0 n i \hat{i} \dots\dots\dots [5.12]$$

Bila titik P terletak pada salah satu ujung sumbu solenoida,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n i}{2} \hat{i} \dots\dots\dots [5.13]$$

Jadi, \vec{B} di ujung solenoida yang sangat panjang ($L \gg R$) sama dengan $\frac{1}{2} B$ di tengah solenoida.

C. Hukum Ampere

Pada uraian tentang induksi magnetik oleh kawat lurus berarus, telah ditunjukkan bahwa:

- \vec{B} di sekitar kawat lurus berarus arahnya mengelilingi kawat tersebut.
- besarnya \vec{B} di sepanjang lingkaran dengan jari-jari tertentu yang berpusat pada kawat berharga konstan.

Jika dilakukan perhitungan $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ dan kemudian menjumlahkan hasil ini sepanjang lintasan lingkaran dengan jari-jari r dan pusatnya pada kawat, akan diperoleh:

$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot ds$$

Karena \vec{B} sejajar $d\vec{s}$, maka bila diintegrasikan, diperoleh:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cdot ds = B \oint ds$$

Dari persamaan 5.6 bahwa $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi \cdot r} (2\pi \cdot r)$, sehingga:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 i}{2\pi \cdot r} (2\pi \cdot r)$$

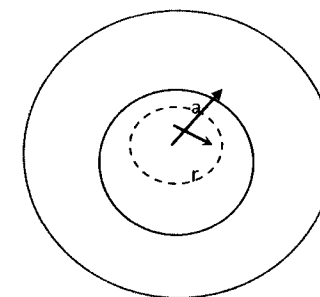
atau

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{in} \dots\dots\dots [5.14]$$

i_{in} menyatakan jumlah arus (dengan memperhitungkan arah masuk dan keluarnya) yang melalui lintasan tertutup yang ditinjau. Hal ini, dapat dibuktikan bahwa persamaan 5.14 yang diperoleh melalui contoh yang sangat khusus, ternyata berlaku secara umum untuk sembarang lintasan tertutup. Persamaan 5.14 dikenal sebagai **hukum Ampere** yang dapat dipandang sebagai analogi dari hukum Gauss pada medan listrik. Seperti halnya hukum Gauss, hukum Ampere ini sangat efektif untuk menghitung besar induksi magnetik yang dihasilkan oleh arus listrik yang terdistribusi secara simetri. Jika bentuk lintasan yang ditinjau dari simetri terhadap arus yang menimbulkan B , maka B tidak dapat begitu saja dikeluarkan dari tanda integral seperti pada contoh di atas. Walaupun demikian, dapat dibuktikan bahwa hubungan yang dinyatakan dalam persamaan 5.14 tetap berlaku.

Contoh 5.1

Kawat lurus panjang berjari-jari a dilalui arus total i_0 terdistribusi secara merata pada penampang kawat. Tentukan induksi magnetik pada titik yang berjarak r dari sumbu kawat, baik di dalam kawat ($r < a$) maupun di luar kawat ($r > a$) (Gambar 5.7).



Gambar 5.7: Keterangan gambar contoh 5.1

Rapat arus dalam kawat:

$$J = \frac{i}{A} = \frac{i_0}{\pi \cdot a^2}$$

Mengikuti simetri distribusi arus dalam kawat, buatlah "lintasan Ampere" yang berupa lingkaran berjari r dengan pusat pada sumbu kawat. Melihat simetri persoalan yang dibahas, B sepanjang lintasan tersebut konstan.

Untuk $r \leq a$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{in}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int j dA$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \frac{i_0}{\pi a^2} \cdot \pi r^2$$

$$B = \frac{\mu_0 i_0 r}{2\pi a^2} \quad (\text{untuk } r \leq a)$$

Untuk $r > a$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{in}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_0$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i_0$$

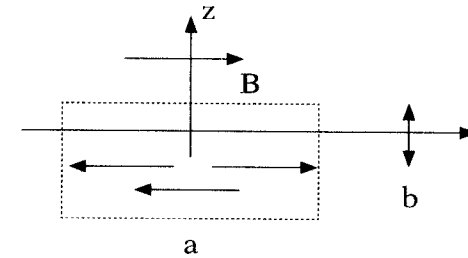
$$B = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi a} \quad (\text{untuk } r > a)$$

Contoh 5.2

Bidang yang luasnya tak berhingga mempunyai arus permukaan. Jika bidang tersebut dipilih sebagai bidang xy , arus pada sumbu y , dan rapat arus permukaan tiap satuan panjang J . Tentukan induksi magnetik B di sekitar bidang tersebut.

Penyelesaian:

Buatlah lintasan ampere berupa persegi panjang berukuran $a \times b$ yang diletakkan sedemikian rupa sehingga dua sisi sejajarnya yang terpanjang terletak simetri terhadap permukaan (lihat Gambar 5.8)



Gambar 5.8 Gambar tampak samping permukaan tak berhingga luas dg arus J yang arahnya dinyatakan dengan tanda \circ (arah sumbu Y)

Berdasarkan aturan sekrup kanan arah B di atas bidang xy ke kanan, sedangkan di bawah bidang tersebut berarah ke kiri. Tidak ada B dalam arah vertikal (sumbu z) dan dengan mengingat simetri lintasan ampere yang dibuat, besar B di kedua sisi lintasan yang sejajar bidang sama besar, sehingga:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{in}$$

$$B \cdot 2a = \mu_0 J a$$

$$B = \frac{\mu_0 J}{2}$$

Dari persamaan tersebut ternyata induksi magnetik di suatu titik yang dihasilkan oleh bidang yang luasnya tak berhingga dan dialiri arus permukaan tidak bergantung pada jarak titik tersebut ke bidang. Hasil ini sangat mirip dengan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh bidang yang luasnya tak berhingga yang bermuatan listrik serbasama.

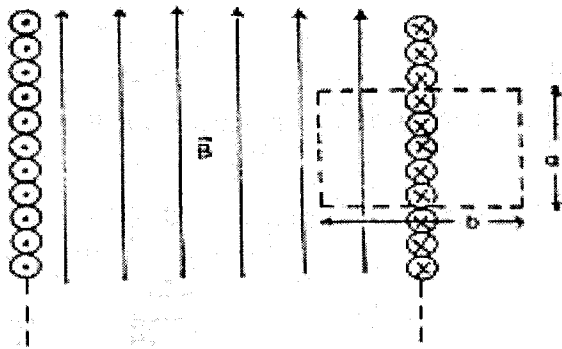
Contoh 5.3

Dengan menggunakan hukum Ampere, tentukan induksi magnetik yang ditimbulkan solenoida berarus I , sangat panjang dan mempunyai jumlah lilitan per satuan panjang n .

Penyelesaian:

Anggaplah gulungan (lilitan) kawat cukup rapat dan luas penampang solenoida cukup kecil sehingga medan magnet di dalam solenoida serbasama dalam arah sumbu dan medan magnet di luar solenoida sama dengan nol.

Untuk menentukan B di dalam solenoida, buatlah lintasan ampere berupa persegi panjang berukuran $a \times b$ seperti nampak pada Gambar 5.9.



Gambar 5.9 Medan magnet B di dalam solenoida tak berhingga panjang berarus listrik.

Menurut hukum Ampere:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{in}$$

B dapat dianggap hanya terdapat di dalam solenoida dan searah dengan sumbu solenoida, maka persamaan tersebut menjadi:

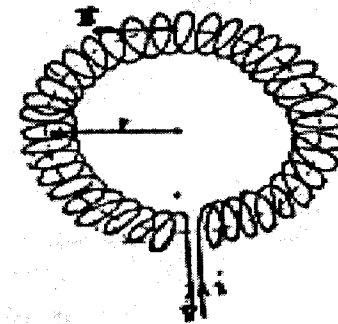
$$B \cdot a = \mu_0 (n a) i$$

$$B = \mu_0 n i$$

Terlihat bahwa hasil ini sama dengan hasil yang diperoleh dengan menggunakan hukum Biot-Savart, tetapi perhitungannya jauh lebih sederhana.

Contoh 5.4

Tentukan induksi magnetik yang dihasilkan oleh toroida dengan jumlah lilitan N , dialiri arus I dengan jari-jari dalam R_d dan jari-jari luar R_l (lihat Gambar 5.10)



Gambar 5.10 Toroida berarus i di mana arus B di dalam kumparan berhimpit dengan garis singgung di setiap titik.

Penyelesaian:

Toroida adalah kumparan kawat berarus berbentuk selubung dengan bangun geometri seperti kue donat sedemikian rupa sehingga setiap lilitan berbentuk lingkaran yang terletak pada bidang tegak lurus garis tengah (sumbu) toroida seperti diperlihatkan pada Gambar 5.10. Dengan pengertian toroida seperti di atas, maka dapat dianggap arah induksi magnetik di dalam toroida merupakan arah garis singgung lingkaran-lingkaran yang konsentris dengan lingkaran sumbu toroida (lihat Gambar 5.10). Dibuat lintasan ampere berupa lingkaran dengan jari-jari r yang konsentris dengan lingkaran sumbu toroida.

(a) Untuk $r < R_d$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{in}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$B = 0 \quad (\text{untuk } r < R_d)$$

(b) Untuk $r < R_d$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{in}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 N i$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 N \cdot i$$

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} \dots\dots\dots [5.15]$$

Terlihat bahwa B di dalam kumpuran toroida $\sim 1/r$, namun jika $(R_1 - R_d) \ll R_d$, yaitu untuk toroida yang "kurus" maka B di dalam kumpuran dapat dianggap serbasama yaitu:

$$B = \frac{\mu_0 N \cdot i}{2\pi \cdot r} = \mu_0 n i \dots\dots\dots [5.16]$$

(r) menyatakan rata-rata R_d dan R_1 , sehingga:

$$n = \frac{N}{2\pi \langle r \rangle}$$

Menyatakan rata-rata jmlah lilitan per satuan panjang toroida.

(c) Untuk $r < R_i$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{in}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (\text{sebab jumlah arus yang masuk ke dalam lintasan ampere sama dengan jumlah arus yang meninggalkannya})$$

Dengan demikian, $B = 0$ untuk $r < R_i$

D. Gaya Magnet Pada Muatan Bergerak

Muatan yang bergerak di dalam medan magnet mengalami gaya yang disebut dengan **gaya magnet** atau **gaya Lorentz**. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa gaya magnet mempunyai sifat-sifat berikut:

1. besar gaya magnet sebanding dengan muatan (q), kecepatan (v), induksi magnetik yang dilewati muatan (B), dan sinus sudut antara qv dan B ($\sin \theta$).

2. arah gaya magnet ditentukan oleh jenis muatan, arah v dan arah B.

Secara matematis, gaya magnet tersebut dapat dinyatakan dengan:

$$F = qv \times B \dots\dots\dots [5.17]$$

Jika sudut antara v dan B dinyatakan dengan θ , maka besar gaya magnet adalah:

$$F = qv B \sin \theta \dots\dots\dots [5.18]$$

Contoh 5.5

Elektron bergerak dengan kecepatan $v = 2 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$, melintasi medan magnet serbasama dengan $B = 0,5 \text{ T}$.

- (a). Hitunglah gaya magnet yang bekerja pada elektron tersebut.
- (b). Hitunglah gaya magnet yang bekerja proton jika bergerak melalui medan magnet tersebut dengan kecepatan $(3 + 4j) \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$.

Penyelesaian:

- (a) Gaya magnet pada elektron:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= (-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(2 \cdot 10^4 \hat{i} \text{ m s}^{-1}) \times (0,5 \hat{j} \text{ T}) \\ &= -1,6 \times 10^{-15} \text{ R N} \end{aligned}$$

- (b) Gaya magnet pada proton:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(3\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1} \times (0,5 \hat{j} \text{ T}) \\ &= 2,4 \times 10^{-14} \text{ R N} \end{aligned}$$

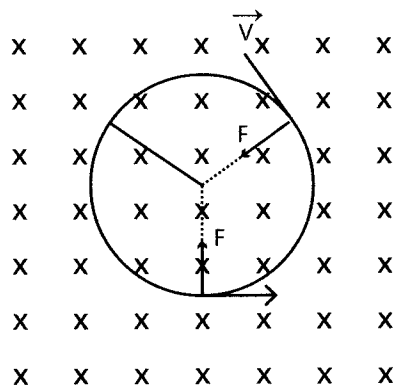
Pengamatan yang saksama atas sifat-sifatnya gaya listrik dan gaya magnet, menunjukkan adanya beberapa perbedaan pokok, yaitu:

- (1) gaya listrik selalu sejajar dengan arah medan listrik, sedangkan gaya magnet selalu tegak lurus terhadap arah medan magnet.

- (2) gaya listrik yang bekerja pada muatan tak tergantung pada kecepatan muatan, sedangkan gaya magnet hanya bekerja pada muatan jika muatan tersebut bergerak.
- (3) gaya listrik melakukan kerja selama perpindahan muatan, sedangkan gaya magnet tidak melakukan kerja selama perpindahan muatan karena arah gaya magnet selalu tegak lurus terhadap perpindahan.

1. Gerak Partikel Bermuatan dalam Medan Magnet

Pada uraian terdahulu telah ditunjukkan bahwa gaya magnet pada partikel bermuatan selalu tegak lurus terhadap arah kecepatan partikel. Berdasarkan sifat ini, telah disimpulkan pula bahwa kerja yang dilakukan oleh medan magnet pada partikel bermuatan yang bergerak adalah nol. Jadi, medan magnet hanya mengubah arah kecepatan tanpa mengubah besar kecepatannya. Perhatikan suatu partikel dengan massa m , bermuatan q (positif) dan bergerak melalui medan magnet luar serbasama dengan arah seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 5.11 secara tegak lurus.



Gambar 5.11 Pergerakan partikel dalam medan magnet serbasama

Gaya magnet pada partikel tersebut: $F = qvB$ dengan arah setiap saat selalu tegak lurus terhadap v , besarnya konstan karena $[v]$ konstan. Gaya demikian terkenal sebagai gaya sentripetal, sehingga

gerak partikel bermuatan yang bergerak tegak lurus terhadap medan magnet serbasama, merupakan gerak melingkar beraturan. Dalam gerak melingkar, besar percepatan sentripetal adalah:

$$a_{sp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } F = q v B &= \frac{m v^2}{r} \\ &= m \omega^2 r \end{aligned}$$

Dari hubungan dalam persamaan-persamaan tersebut, dapat ditentukan jari-jari lintasan, kecepatan sudut dan periode gerak melingkar, yaitu:

$$r = \frac{mv}{qB} \dots\dots\dots [5.19]$$

$$\omega = \frac{qB}{m} \dots\dots\dots [5.20]$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \dots\dots\dots [5.21]$$

Jika arah gerak partikel bermuatan ketika melintasi medan magnet tidak tegak lurus, melainkan membentuk sudut θ terhadap B , maka bentuk lintasannya berupa spiral (helix) yang seolah-olah berupa lingkaran dengan jari-jari:

$$r = \frac{mv}{qB} \sin \theta \dots\dots\dots [5.22]$$

Yang bergeser ke arah komponen yang sejajar B dengan kecepatan sebesar $v \cos \theta$

Contoh 5.6

Sebuah partikel dengan massa 10^{-24} kg, bermuatan 10^{-16} C, bergerak dengan kecepatan $v = 4 \times 10^6$ m s⁻¹, melintasi medan magnet $B = 2$ T. Jika kecepatan partikel membentuk sudut θ dengan $\tan \theta = \frac{3}{4}$ terhadap B , tentukanlah:

- (a) gaya magnet pada partikel,
- (b) periode dan jejari penampang lintasan (jika diproyeksikan pada bidang yz).
- (c) kecepatan sudut partikel.

Penyelesaian:

Jika $\text{tg. } \theta = \frac{3}{4}$ maka $\sin \theta = 0,6$ dan $\cos \theta = 0,8$

$$\begin{aligned} \vec{v} &= v \cos \theta \hat{i} + v \sin \theta \hat{j} \\ &= (3,2 \hat{i} + 2,4 \hat{j}) \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= (10^{-16} \text{ C})[3,2\hat{i} + 2,4\hat{j}] \cdot 10^6 \text{ ns}^{-1} \times (2\hat{i} \text{ T}) \\ &= -4,8 \hat{k} \cdot 10^{-10} \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad r &= \frac{mv \sin \theta}{qB} \\ &= \frac{(10^{-24} \text{ kg})(4 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1})(0,6)}{(10^{-16} \text{ C})(2 \text{ T})} \\ &= 1,2 \times 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= v \cos \theta \\ &= (4 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})(0,8) = 3,2 \times 10^6 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

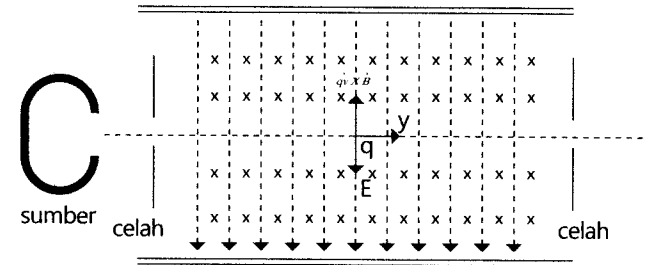
$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad \omega &= \frac{qB}{m} \\ &= \frac{(10^{-16} \text{ C})(2 \text{ T})}{(10^{-24} \text{ kg})} \\ &= 2 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

Sering dijumpai suatu partikel bermuatan yang bergerak dalam pengaruh medan magnet maupun medan listrik. Dalam hal ini, gaya yang bekerja pada partikel terdiri atas gaya listrik dan gaya magnet. Gaya total yang dialami partikel adalah:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{total}} &= q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \dots\dots\dots [5.23] \end{aligned}$$

Dalam berbagai eksperimen yang berkaitan dengan partikel bermuatan, kedua gaya tersebut sangat berperan, di antaranya yang akan diuraikan disini adalah prinsip kerja selektor kecepatan dalam spektrometer massa. Dalam eksperimen sering diperlukan partikel-partikel yang mempunyai kecepatan sama. Hal ini dapat dilakukan dengan melewati partikel-partikel bermuatan ke dalam

suatu daerah yang mempunyai medan listrik dan medan magnet saling tegak lurus seperti pada Gambar 5.12.



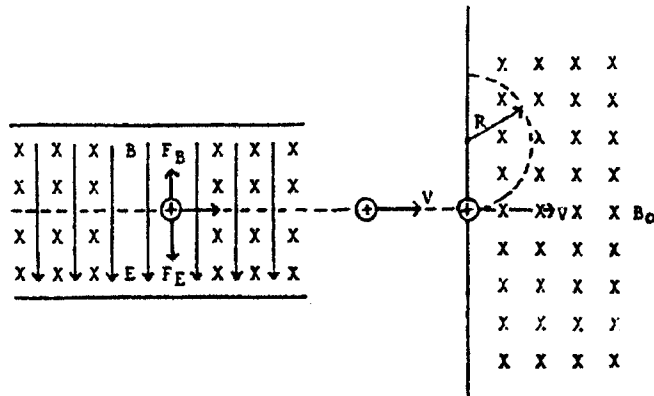
Gambar 5.12 Gambar skematik penyeleksi kecepatan

Andaikan suatu partikel bermuatan q (positif) melintasi daerah tersebut dengan kecepatan v , maka partikel tersebut akan mengalami gaya listrik sebesar qE arah ke bawah dan gaya magnet sebesar qvB arah ke atas. Jika di ujung daerah medan ini dipasang suatu celah sempit sehingga hanya partikel-partikel yang mempunyai kecepatan arah horizontal saja yang dapat lewat, maka hal tersebut hanya dapat dipenuhi oleh partikel-partikel yang mengalami gaya listrik sama dengan gaya magnet atau:

$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B} \dots\dots\dots [5.25]$$

Dengan demikian, daerah dengan medan listrik tegak lurus medan magnet dilengkapi dengan celah tersebut merupakan suatu selektor kecepatan yang baik, artinya hanya partikel-partikel bermuatan. Dengan kecepatan $v = \frac{E}{B}$ saja yang dapat melewati celah. Kecepatan yang lebih besar daripada harga tersebut akan dibelokkan ke atas, dan yang kurang daripada harga tersebut dibelokkan ke bawah, sehingga tidak dapat melewati celah. Spektrometer massa adalah alat yang dipergunakan untuk memisahkan ion-ion atom atau molekul berdasarkan perbandingan massa dan muatan ion-ion tersebut. Prinsip kerja alat ini adalah sebagai berikut:



Gambar 5.13 Gambar skematik spektrometer massa

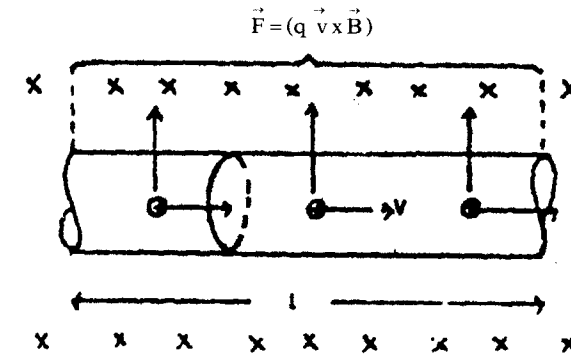
Ion-ion yang akan diselidiki terlebih dahulu dilewatkan selektor kecepatan, kemudian ion-ion yang telah melewati celah (mempunyai kecepatan sama) dilewatkan medan magnet serbasama \vec{B}_0 secara tegak lurus. Di dalam medan magnet \vec{B}_0 ini, ion-ion tersebut akan dibelokkan sehingga membentuk lintasan lingkaran. Alat ini dilengkapi dengan film yang akan menunjukkan posisi ion pada saat mengenai film, sehingga jari-jari lintasannya dapat ditentukan (Gambar 5.13). Dari persamaan 5.19, perbandingan antara massa dengan muatan ion adalah:

$$\frac{m}{q} = \frac{r B_0}{v} \dots\dots\dots [5.26]$$

dari persamaan 5.26, terlihatlah bahwa dengan mengukur garis-garis lintasan r dan B , B_0 dan E yang telah diketahui, m/q suatu partikel bermuatan dapat ditentukan. Selanjutnya jika q diketahui, massa partikel dapat dihitung.

2. Gaya Magnet pada Kawat Berarus

Suatu kawat berarus yang ditempatkan dalam medan magnet luar akan mengalami gaya magnet. Hal ini mudah dimengerti karena arus di dalam kawat tersebut merupakan kumpulan partikel-partikel bermuatan yang bergerak. Gaya magnet pada kawat merupakan resultan gaya magnet yang bekerja pada masing-masing muatan yang bergerak di dalam penghantar tersebut. Perhatikan suatu kawat lurus dengan luas penampang A , panjang l dan berarus i , ditempatkan dalam medan magnet luar serbasama \vec{B} (lihat Gambar 5.14).



Gambar 5.14 Kawat lurus berarus i berada dalam medan magnet luar \vec{B}

Gaya yang bekerja pada masing-masing muatan di dalam kawat yang bergerak dengan kecepatan hanyut \vec{v} adalah $q \vec{v} \times \vec{B}$. Gaya magnet total yang bekerja pada kawat diperoleh dengan mengalihkan gaya tersebut dengan jumlah muatan yang menghasilkan arus, yaitu $n A l$, jika n menyatakan jumlah muatan per satuan volume. Jadi, gaya magnet pada kawat adalah:

$$\vec{F} = (q \vec{v} \times \vec{B}) n A l$$

Karena arus dalam kawat: $i = n q A v$, maka:

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B} \dots\dots\dots [5.27]$$

\vec{l} menyatakan vektor yang besarnya l dan searah dengan arus. Persamaan 5.27 hanya berlaku untuk kawat lurus berarus. Jika bentuk kawat sembarang, maka tinjauan harus dilakukan dengan menganggap kawat terdiri atas elemen-elemen kecil $d\vec{s}$, masing-masing dapat dianggap lurus. Sehingga gaya magnet pada masing-masing elemen adalah:

$$d\vec{F} = i d\vec{s} \times \vec{B} \dots\dots\dots [5.28]$$

Gaya magnet total pada kawat berarus diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan 5.28 mencakup seluruh panjang kawat, yaitu:

$$\vec{F} = i \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B} \dots\dots\dots [5.29]$$

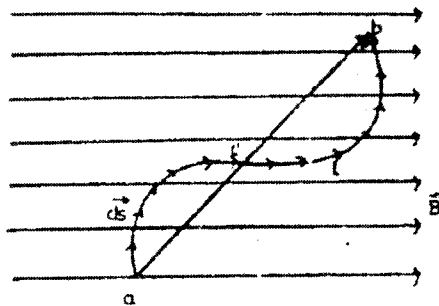
Perhatikan bahwa arah \vec{ds} terhadap \vec{B} pada persamaan 5.29 dapat berubah dari titik satu ke titik yang lain. Dari persamaan 5.29 bila B serbasama, maka ada beberapa hal yang perlu dicatat, yaitu:

- (1) Jika kawat ab seperti pada Gambar 5.15, maka persamaan 5.29 dapat ditulis sebagai:

$$\vec{F} = i \int_a^b \vec{ds} \times \vec{B} \dots\dots\dots [5.29]$$

$\int_a^b \vec{ds}$ dalam persamaan 5.30 merupakan penjumlahan vektor-vektor \vec{ds} dari titik a hingga titik b. berdasarkan aturan penjumlahan vektor, harga $\int_a^b \vec{ds}$ dapat dinyatakan sebagai vektor \vec{l} , yaitu suatu vektor yang berawal di titik a dan berakhir di titik b, sehingga persamaan 5.30 dapat ditulis menjadi:

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B} \dots\dots\dots [5.31]$$

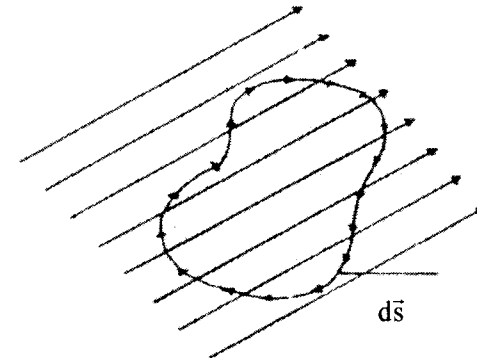


Gambar 5.15 Kawat berarus berbentuk kurva ab berada dalam medan magnet B serbasama

- (2) Jika kawat berarus membentuk loop seperti pada Gambar 5.16, maka persamaan 5.30 menjadi:

$$\vec{F} = i \left(\oint \vec{ds} \right) \times \vec{B}$$

Berdasarkan aturan penjumlahan vektor, $\oint \vec{ds}$ berharga nol, sebab titik a dan titik b berimpit.

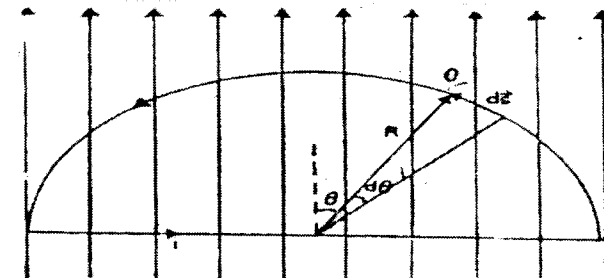


Gambar 5.16 Kawat berarus berbentuk loop berada dalam medan magnet serbasama

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa gaya magnet total terhadap kawat berarus yang membentuk kurva tertutup (loop berarus) di dalam medan magnet serbasama berharga nol.

Contoh 5.7

Kawat berarus membentuk suatu loop seperti terlihat pada Gambar 5.17. Jika kawat tersebut terletak pada bidang xy dan B bersifat serbasama searah dengan sumbu y, tentukan gaya magnet pada bagian kawat yang lurus dan pada bagian kawat yang membentuk busur setengah lingkaran.



Gambar 5.17 Gaya magnet total pada loop kawat berarus dalam medan magnet serbasama adalah nol

Penyelesaian:

Gaya magnet pada bagian kawat yang lurus dapat dihitung dengan persamaan 5.31, yaitu:

$$\vec{F}_1 = i(2R)\hat{i} \times B\hat{j} = 2iRB\hat{k}$$

Untuk menentukan gaya magnet pada bagian kawat yang melengkung, busur lingkaran dibagi-bagi menjadi elemen-elemen ds yang cukup kecil sehingga dapat dianggap lurus. Ditinjau dari elemen ds yang membentuk sudut θ terhadap B , gaya magnet pada elemen ini adalah:

$$d\vec{F}_2 = i(\overline{ds} \times \vec{B}) = -i ds \cdot B \sin\theta \hat{k} \rightarrow ds = R d\theta \rightarrow -iRB \sin\theta d\theta \hat{k}$$

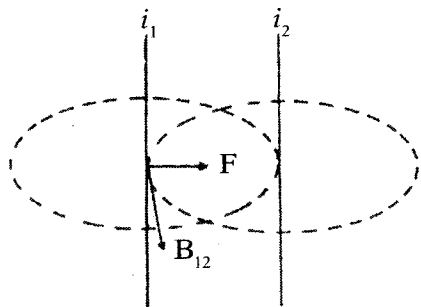
Dari Gambar 5.17 terlihat bahwa untuk seluruh busur setengah lingkaran, θ berubah dari $\theta = 0$ hingga $\theta = \pi$, sehingga gaya total pada busur lingkaran adalah:

$$\begin{aligned} \vec{F}_2 &= \int_0^\pi (-iRB) \sin\theta d\theta \hat{k} \\ &= -2iRB\hat{k} \end{aligned}$$

Catatan: Perhitungan panjang lebar untuk menghitung F_2 , semata-mata hanya dimaksudkan untuk meyakinkan bahwa hasil perhitungan ini sesuai dengan persamaan (5.31) yang dapat dilakukan secara cepat (coba anda lakukan sendiri). Hasil perhitungan ini juga menunjukkan bahwa untuk seluruh loop $F_1 + F_2 = 0$.

Contoh 5.8

Tentukan gaya magnet antara dua kawat berarus sejajar seperti pada Gambar 5.18.



Gambar 5.18 Dua kawat lurus berarus panjang diletakkan sejajar saling mengerjakan gaya satu terhadap yang lain

Penyelesaian:

Telah diuraikan bahwa kawat berarus menghasilkan medan magnet di sekitarnya dan kawat berarus yang berada dalam medan magnet luar mengalami gaya magnet. Dengan demikian, dua kawat berarus yang berdekatan akan saling berinteraksi dengan gaya magnet karena yang satu berada dalam medan magnet yang ditimbulkan oleh kawat yang lain. Perhatikan dua kawat lurus berarus yang diletakkan sejajar pada jarak d seperti pada Gambar 5.18. jika kawat tersebut sangat panjang, maka induksi magnetik yang dihasilkan oleh kawat I di titik-titik pada kawat II adalah:

$$B_{21} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$

dan sebaliknya:

$$B_{12} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$$

Arah gaya yang bekerja pada masing-masing kawat ditentukan oleh arah B dan i pada masing-masing kawat tersebut. Jika i_1 dan i_2 searah, maka kedua kawat tersebut akan saling tarik menarik dan sebaliknya. Besar gaya tarik atau gaya tolak dua kawat sejajar yang dialiri arus masing-masing i_1 dan i_2 dan terpisah pada jarak d adalah:

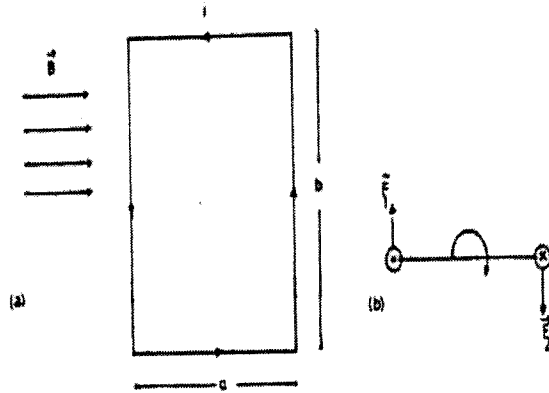
$$F = \frac{\mu i_1 i_2 l}{2\pi d} \dots\dots\dots [5.32]$$

Besar gaya per satuan panjang pada masing-masing kawat adalah:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu i_1 i_2}{2\pi d} \dots\dots\dots [5.32]$$

3. Kumparan dalam Medan Magnet

Pada bagian ini akan diuraikan mengenai momen gaya pada loop berarus yang berada dalam medan magnet serbasama. Pada uraian terdahulu telah ditunjukkan bahwa gaya magnet total pada loop berarus sama dengan nol. Walaupun demikian, jika diperhatikan dengan saksama, gaya-gaya magnet pada loop yang secara keseluruhan berharga nol tersebut tidak segaris kerja. Dengan demikian, secara umum dapat dinyatakan bahwa terdapat torsi (momen kopel) yang bekerja pada loop berarus yang cenderung untuk memutar loop. Untuk lebih jelasnya, perhatikan loop persegi panjang berarus i yang ditempatkan dalam medan magnet luar serbasama seperti pada Gambar 5.19.



Gambar 5.19 Loop persegi panjang berarus i yang ditempatkan dalam medan magnet luar serbasama.

Gaya magnet pada sisi yang segaris dengan B berharga nol, sedangkan pada sisi-sisi yang tegak lurus B besarnya sama, yaitu $F_1 = F_2 = ibB$, tetapi arahnya berlawanan dan terpisah pada jarak a , sehingga menghasilkan momen kopel sebesar:

$$\tau = iab \cdot B$$

$$\tau = iAB \dots\dots\dots [5.34]$$

A menyatakan luas loop, dan perhatikan bahwa persamaan 5.34 hanya berlaku jika B sejajar dengan bidang loop, B tegak lurus terhadap normal bidang loop, yaitu arah vektor A , jika luas bidang loop dinyatakan sebagai vektor.

Secara umum, jika \vec{A} dan \vec{B} membentuk sudut θ (lihat Gambar 5.20), maka momen kopel yang bekerja pada loop berarus adalah:

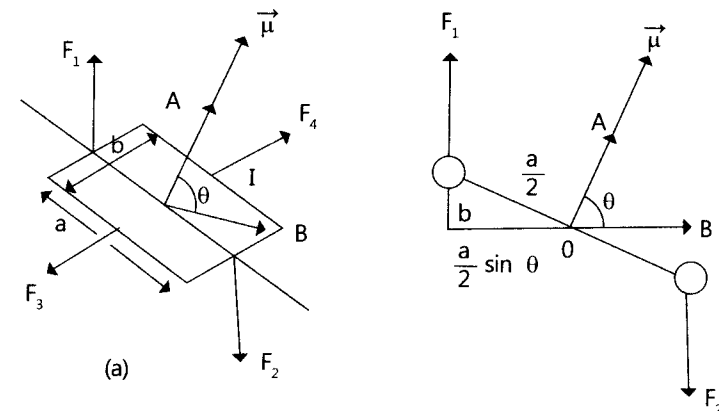
$$\vec{\tau} = i \vec{A} \times \vec{B} \dots\dots\dots [5.35]$$

Vektor $i \vec{A}$ dalam persamaan 5.35 sering disebut momen (*dipol*) magnetik dan dilambangkan dengan $\vec{\mu}$, (lihat persamaan 5.9a), sehingga:

$$\vec{\mu} = i \vec{A}$$

dan persamaan 5.35 dapat ditulis sebagai:

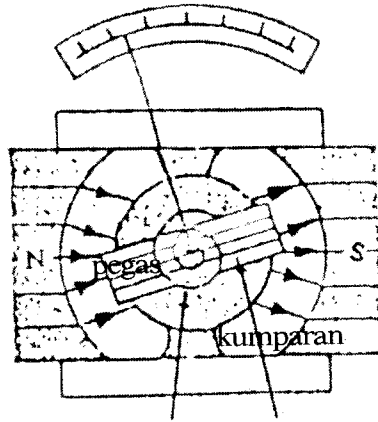
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \dots\dots\dots [5.36]$$



Gambar 5.20 (a) Kawat berarus i berbentuk segiempat berada dalam medan magnet serbasama yang normalnya (\vec{e}) bersudut θ terhadap medan magnet \vec{B}
(b) Menunjukkan vektor momen *dipol* magnet searah dengan vektor normal \vec{A}

4. Prinsip Kerja Galvanometer

Galvanometer adalah suatu alat yang digunakan di dalam ammeter (pengukur arus), ohmmeter (pengukur tahanan), maupun voltmeter (pengukur tegangan). Secara garis besar galvanometer terdiri atas suatu kumparan yang dihubungkan dengan suatu pegas dan ditempatkan dalam medan magnet radial yang dihasilkan oleh suatu magnet permanen (lihat Gambar 5.21).



Gambar 5.21 Komponen-komponen dalam galvanometer

Prinsip kerja galvanometer adalah sebagai berikut. Jika galvanometer ini dipergunakan untuk mengukur suatu besaran listrik (i , R , maupun v), alat ini akan dialiri arus. Telah diuraikan sebelumnya bahwa kumparan berarus dalam medan magnet mengalami momen gaya (kopel) sehingga kumparan tersebut akan berotasi. Rotasi kumparan ini tidak dapat terjadi secara bebas, melainkan akan diimbangi oleh momen gaya yang dihasilkan oleh pegas yang terpuntir oleh rotasi kumparan. Momen gaya yang dihasilkan oleh pegas sebanding dengan simpangan sudut, sedangkan gaya yang dialami kumparan sebanding dengan arus yang melalui kumparan jika kumparan dilengkapi dengan jarum penunjuk dan skala kalibrasi (perbandingan) yang sesuai dengan besaran-besaran yang diukur, maka galvanometer dapat digunakan sebagai ohmmeter, ammeter, maupun voltmeter. Perlu diperhatikan bahwa sifat ohmmeter berbeda dengan ammeter maupun voltmeter. Hal ini disebabkan karena R berbanding terbalik terhadap i sehingga dalam multitester (gabungan fungsi ketiga alat tersebut) pembacaan skala untuk R berlawanan dengan pembacaan skala untuk i dan V .

Contoh 5.9

Kumparan dalam suatu galvanometer terdiri atas N lilitan dengan luas penampang A dan diletakkan dalam medan magnet yang besarnya konstan dalam arah radial sehingga setiap saat kumparan dapat dianggap tegak lurus terhadap

medan magnet. Kumparan tersebut dihubungkan dengan pegas dengan tetapan puntir K .

- Tentukan simpangan sudut kumparan jika alat tersebut dialiri arus i .
- Jika $N = 20$ lilitan, $A = 40 \text{ cm}^2$, $B = 0,1 \text{ T}$, $K = 10^3 \text{ Nm/rad}$ dan $i = 10 \text{ mA}$, hitunglah θ

Penyelesaian:

- Untuk kumparan dengan N lilitan, besarnya momen magnetik:

$$\mu = N i A \dots\dots\dots [5.37]$$

Kumparan setiap saat dapat dianggap tegak lurus medan maka:

$$\tau = |\mu \times B| = N i A B \dots\dots\dots [5.38]$$

Andaikan pada saat kesetimbangan tercapai kumparan menyimpang dengan sudut θ , maka besar momen gaya yang dihasilkan:

$$\tau = KE$$

Harga τ pada kedua persamaan tepat sama pada saat kesetimbangan tercapai, sehingga:

$$\theta = \frac{N i A B}{K} \dots\dots\dots [5.39]$$

- Gunakan persamaan 4.40, diperoleh:

$$\theta = 0,08 \text{ rad} = 4,6^\circ \dots\dots\dots [5.40]$$

E. Sifat Magnetik Bahan

Sifat magnetik bahan sebagian besar berasal dari gerak orbital elektron dan besaran internal yang dikenal sebagai spin. Telah diuraikan sebelumnya bahwa arus yang membentuk loop menghasilkan momen

magnet $\vec{\mu}$. Akibat adanya gerak orbital elektron, umumnya atom-atom memiliki momen dipol magnet permanen, besaran ini dan spin elektron sangat berperan dalam menentukan sifat magnetik bahan. Adanya prinsip yang dikenal sebagai Prinsip Larangan Pauli, menyebabkan atom-atom bahan tertentu secara keseluruhan (total) tidak mempunyai momen dipol magnetik permanen. Bahan-bahan yang demikian ini dikenal sebagai **bahan diamagnetik**.

Bahan yang mempunyai momen dipol magnet permanen dibedakan atas bahan para magnetik dan bahan feromagnetik berdasarkan besar kecilnya respons (reaksi) bahan tersebut terhadap medan magnet luar. Respons akan besar jika antara momen dipol ada interaksi yang menyearahkan satu sama lain. Pada keadaan normal (tanpa medan magnet luar), momen dipol magnet dalam bahan paramagnetik berarah acak sehingga jumlah vektor momen dipol magnet dalam seluruh bahan praktis berharga nol. Pada bahan feromagnetik, jika sebelumnya pernah mengalami medan magnet luar, maka jumlah momen magnetnya tidak nol.

Jika suatu bahan ditempatkan dalam medan magnet luar, atom bahan tersebut akan menyearahkan momen dipolnya agar pengaruh medan luar di dalam bahan sekecil mungkin. Kuat lemahnya respons (reaksi) suatu bahan terhadap medan magnet luar yang mengenainya dinyatakan dengan besaran yang disebut dengan *suseptibilitas (kepekaan) magnetik*. Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut. Medan magnet luar yang bekerja pada suatu bahan, menyebabkan momen dipol magnet permanen di dalam bahan yang semula berarah acak mulai sedikit terarah. Semakin kuat medan magnet yang dikenakan pada bahan, penyearahan momen dipol magnet ke arah medan luar semakin besar. Jumlah momen vektor dipol magnet per satuan volume disebut sebagai magnetisasi \vec{H} . Magnetisasi ini sebanding dengan medan magnet luar yang bekerja pada bahan tersebut, asalkan cukup kecil. Jika besaran medan magnet dinyatakan dengan \vec{H} , maka:

$$\vec{M} = X_m \vec{H} \quad \text{..... [5.41]}$$

Besaran medan magnet yang baru (\vec{H}) dinamakan intensitas magnet dan tetapan perbandingan X_m inilah yang disebut **suseptibilitas magnetik**, suatu besaran yang tak berdimensi yang menggambarkan besar kecilnya kepekaan bahan tersebut terhadap

medan magnet luar. Dalam sistem SI, satuan M sama dengan H , yaitu Ampere per meter ($A.m^{-1}$)

Ternyata X_m pada bahan diamagnetik berharga negatif, dan pada bahan paramagnetik serta feromagnetik berharga positif. Perbedaan X_m bahan paramagnetik dan feromagnetik hanya orde besarnya. Secara keseluruhan sifat magnetik dapat dinyatakan sebagai berikut:

$-1 < X_m < 0$: bahan diamagnetik

$X_m = 0$: bahan nonmagnetik (misal ruang hampa)

$0 < X_m < 1$: bahan paramagnetik

$X_m \gg 1$: bahan feromagnetik

Hubungan antara induksi magnetik \vec{B} dan intensitas magnet \vec{H} dinyatakan oleh persamaan

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{..... [5.42]}$$

persamaan 4.41 dan persamaan 5.42 memberikan hubungan:

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + X_m) \vec{H}$$

atau

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{..... [5.43]}$$

μ dalam persamaan 5.43 disebut permeabilitas magnetik, yang besarnya:

$$\mu = \mu_0 (1 + X_m) \quad \text{..... [5.44]}$$

atau:

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad \text{denan } r = (1 + X_m) \quad \text{..... [5.45]}$$

μ_r adalah disebut permeabilitas relatif bahan.

Berdasarkan harga μ_r bahan, secara ringkas sifat magnetik bahan dapat dinyatakan sebagai berikut:

Ruang hampa : $\mu_r = 1$

Diamagnetik : $\mu_r \leq 1$

Paramagnetik : $\mu_r \geq 1$

Feromagnetik : $\mu_r \gg 1$

Contoh 5.10

Suatu toroida dengan 300 lilitan/m dialiri arus 5 A. jika ruang di dalam toroida diisi dengan besi yang mempunyai permeabilitas magnetik sebesar $5000 \mu_0$. Hitunglah H, B, dan M di dalam besi tersebut.

Penyelesaian:

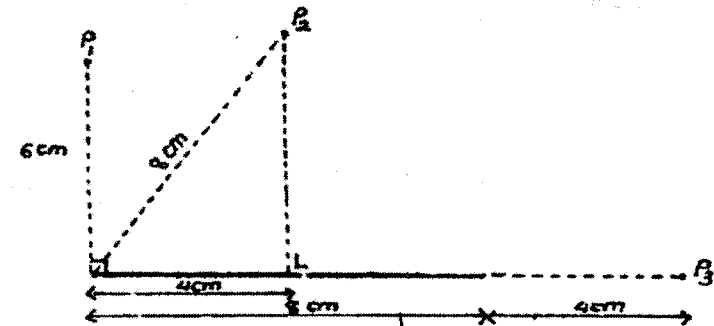
Bila di dalam kumparan tidak terdapat besi, maka induksi magnetik B di dalam kumparan adalah $B = \mu_0 n i$. Dengan adanya besi, permeabilitas μ_0 berubah menjadi μ , sehingga:

$B = \mu_0 n i = 5000 \mu_0 n i = 5000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 300 \cdot 5 = 9,43 \text{ T}$
dari hasil tersebut terlihat bahwa dengan adanya besi dengan $\mu = 5000 \mu_0$, B menjadi 5000 kali semula. Selanjutnya dengan menggunakan persamaan 5.43 dan persamaan 5.42, maka:

$$\begin{aligned} H &= \frac{B}{\mu} = n i \\ &= 1500 \text{ A/m} \\ M &= \frac{B}{\mu_0} - H \\ &= \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) H \\ &= 5000 H \\ &= 5000 \times 1500 \text{ A/m} \\ &= 7,5 \times 10^6 \text{ A/m} \end{aligned}$$

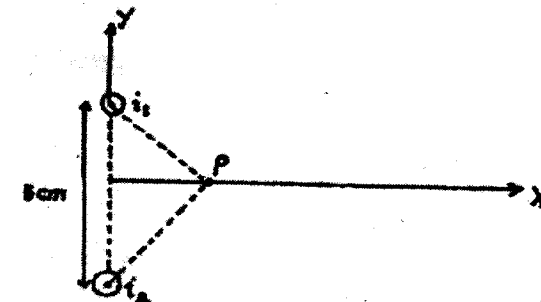
Soal Uji Kompetensi

- (1) Hitunglah besar induksi magnetik di titik P_1 , P_2 , dan P_3 yang ditimbulkan oleh sepotong kawat berarus seperti pada Gambar 5.22, jika $i = 10 \text{ A}$



Gambar 5.22 Keterangan gambar soal nomor 1

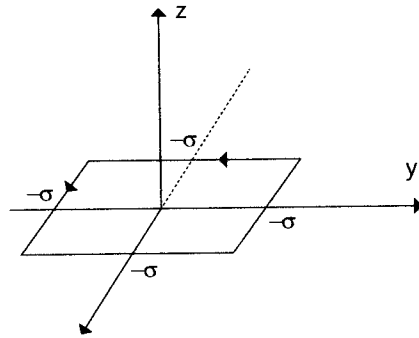
- (2) Dua kawat lurus yang sangat panjang sejajar dan terpisah pada jarak 5 cm. Kedua kawat tersebut dialiri arus yang arahnya sama, masing-masing $i_1 = 2 \text{ A}$ dan $i_2 = 4 \text{ A}$. Jika kedua kawat tersebut terletak pada bidang yz, tentukan besar dan arah medan magnet (terhadap sumbu x) di titik P yang berjarak 3 cm dari kawat I dan berjarak 4 cm dari kawat II (lihat Gambar 5.23).



Gambar 5.23 Keterangan gambar soal nomor 2

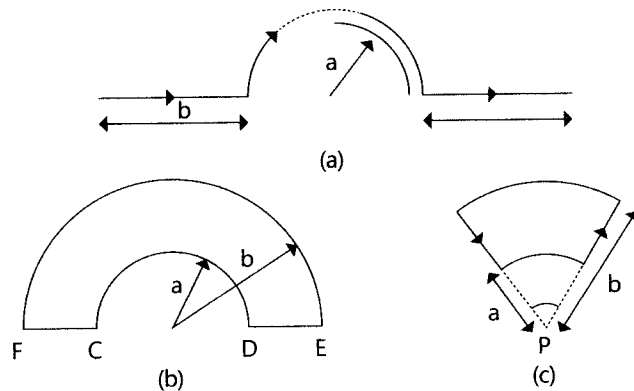
- (3) Suatu kawat bujur sangkar dengan panjang sisi-sisinya $2a$ terletak pada bidang xy seperti nampak pada Gambar 5.24, dialiri arus i . Buktikan bahwa induksi magnetik yang ditimbulkannya di titik P yang terletak pada sumbu z berjarak b dari bidang xy adalah:

$$\vec{B}(P) = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot i \cdot a^2}{2 \cdot \pi (a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \hat{k}$$



Gambar 5.24 Keterangan gambar soal nomor 3

- (4) Kawat berarus I mempunyai bentuk geometris seperti terlihat pada Gambar 5.25. Jika $i = 4A$, $a = 2\pi$ cm, dan $b = 4\pi$ cm, hitunglah induksi magnetik di P dengan menganggap kawat terletak pada bidang xy dan P sebagai pusat koordinat.

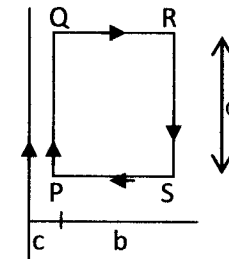


Gambar 5.25 Keterangan gambar soal nomor 4

- (5) Sebuah kawat lurus dengan jari-jari penampang R dan sangat panjang dialiri arus dengan rapat arus yang merupakan fungsi jarak ke sumbu kawat (r), yaitu $J = ar^2$, tentukan induksi magnetik yang dihasilkan sebagai fungsi r dan buatlah sketsa grafik $B(r)$.
- (6) Suatu kawat lurus yang sangat panjang dengan jari-jari penampang a diberi selubung silinder penghantar yang tipis yang satu sumbu dengan kawat dengan jari-jari b . Jika $a = 0,5$ cm, $b = 1,5$ cm, kawat maupun selubung silinder dialiri arus serbasama dengan arus total $10A$, tetapi arahnya berlawanan, tentukan besar induksi magnetik di titik yang berjarak:

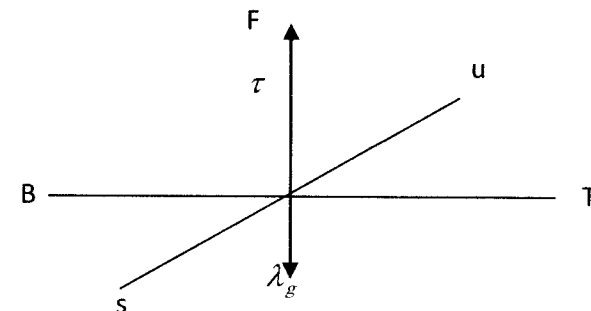
- (a) 4 mm ke sumbu kawat,
(b) 1 cm ke sumbu kawat, dan
(c) 2 cm ke sumbu kawat.

- (7) Suatu solenoida dengan panjang sumbu 30 cm mempunyai jumlah lilitan 100 dan jari-jari penampang 8 cm. Hitung induksi magnetik di titik P yang terletak pada sumbu solenoida dan berjarak 6 cm dari ujung kiri, jika solenoida dialiri arus 8 A.
- (8) Sebuah loop persegi panjang berukuran $a \times b$, dialiri arus 10 A, dan diletakkan di dekat kawat lurus yang sangat panjang dan berarus 5 A seperti pada Gambar 5.26. Jika $a = 80$ cm, $b = 30$ cm, dan jarak terdekat ke kawat $c = 10$ cm, hitunglah gaya total pada loop tersebut.

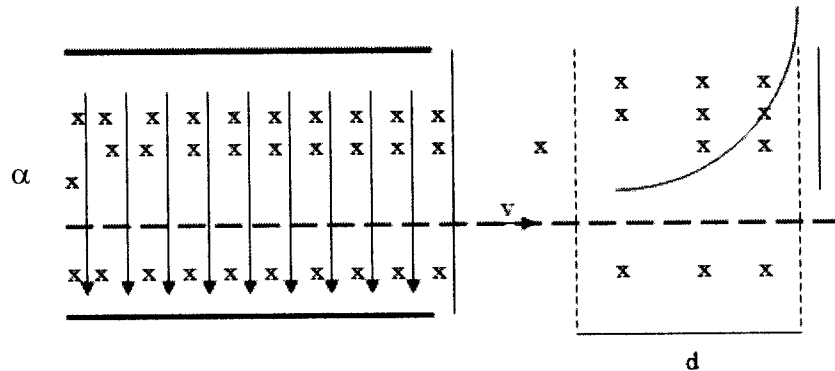


Gambar 5.26 Keterangan gambar soal nomor 8

- (9) Sebuah kawat lurus dengan massa per satuan $\lambda = 5 \times 10^{-3}$ kg/m dibentangkan mendatar di equator dalam arah barat-timur (lihat Gambar 5.27). Jika induksi magnetik bumi di tempat tersebut mendatar dalam arah selatan ke utara sebesar 4×10^{-5} T, tentukan besar dan arah arus dalam kawat agar gaya magnet tepat mengimbangi gaya berat ($g = 10$ m/s).



- (10) Berkas partikel bermuatan q dengan massa 2×10^{-24} kg dilewatkan suatu selektor kecepatan yang menggunakan $B = 2$ T dan $E = 4 \times 10^4$ N/C. Sebuah partikel dari berkas tersebut setelah melewati selektor kecepatan dilewatkan medan magnet serbasama dengan $B_0 = 0,01$ T dengan arah seperti diperlihatkan pada Gambar 5.28. Jika $d = 1,2$ cm dan $a = 0,4$ cm, hitunglah q .



Gambar 5.28 Keterangan gambar soal nomor 10

- (11) Suatu berkas proton dilewatkan selektor kecepatan yang menggunakan $B = 0,2$ T dan $E = 4 \times 10^4$ N/C. Proton yang dapat melewati celah alat tersebut melintasi daerah dengan medan magnet serbasama B_0 secara tegak lurus sehingga bergerak melingkar dengan frekuensi 10^7 Hz. Jika massa proton $m = 1,6 \times 10^{-27}$ kg dan muatan proton $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C.
- Hitung B_0 dan jari-jari lintasan proton.
 - Bila gerak putaran proton dapat dianggap sebagai arus listrik, hitung momen dipol magnet yang dihasilkannya.
- (12) Kumparan dalam galvanometer terdiri atas 40 lilitan dengan luas penampang 32 cm^2 dan diletakkan dalam medan magnet yang besarnya konstan dalam arah radial. Pegas yang digunakan dalam alat tersebut mempunyai tetapan puntir sebesar $1,6 \times 10^{-3} \text{ Nm/rad}$. Ketika dipergunakan untuk mengukur tegangan 12 Volt, jarum galvanometer menyimpang sebesar $9,2^\circ$.
- Jika induksi magnetik yang digunakan besarnya $0,1$ T, hitunglah i .

- Jika medan magnet yang digunakan serbasama dengan $B = 0,1$ T, dan pada keadaan tanpa arus kumparan tepat tegak lurus dengan medan tersebut, hitunglah simpangan sudut yang terjadi.
- Dengan kondisi seperti (b), jika simpangan sudut $6,1^\circ$, berapakah tegangan yang terbaca.

- (13) Suatu bahan paramagnetik yang ditempatkan dalam medan magnet luar $B_0 = \pi/2$ T mempunyai magnetisasi $M = 30$ A/m. Kerapatan elektron yang menghasilkan momen dipol magnet dalam bahan tersebut 10^{28} elektron/ m^3 , dan rata-rata besar momen dipol magnet elektron tersebut 9×10^{-24} A m^2 .
- Hitung suseptibilitas magnetik bahan.
 - Hitung besar induksi magnetik B di dalam bahan tersebut.
 - Jika komponen momen dipol magnet yang menghasilkan magnetisasi tersebut dinyatakan dengan $\mu \cos \theta$, hitunglah rata-rata $\cos \theta$.

Kunci Jawaban

- $B(P_1) = 4/3 \times 10^{-5} \text{ T}$
 $B(P_2) = 1/12 \times 3 \times 10^{-4} \text{ T}$
 $B(P_3) = 0$

Petunjuk:

Untuk menghitung induksi magnetik di P_1 dan P_2 , gunakan persamaan 4.5 dengan menentukan terlebih dahulu $\cos \theta_1$ dan $\cos \theta_2$ (perhatikan arah pengukuran θ).

- $B = (-0,8 \hat{i} + 6,8/3 \hat{j}) \times 10^{-5} \text{ T}$
 $|B| = 2,4 \times 10^{-5} \text{ T}$
 $\theta = \arctan(6,8/24) \approx 109,4^\circ$

Petunjuk:

Arah vektor B_1 di P segaris dengan arah garis hubung P ke kawat II dan arah vektor B_2 di P segaris dengan arah garis hubung P ke kawat I. Mengingat titik P, penampang kawat I

dan penampang kawat II membentuk segitiga siku-siku maka uraian vektor B_1 dan vektor B_2 dalam arah sumbu x dan y dapat dilakukan dengan mudah. Jumlahkan vektor B_1 dan vektor B_2 yang telah diuraikan tersebut secara vektor, maka besar dan arah vector resultannya dapat ditentukan.

(3) Petunjuk:

Masing-masing sisi bujur sangkar menghasilkan vektor B yang besarnya sama di P dan arahnya secara simetri menghapus komponen vektor B yang sejajar dengan bidang xy . Dengan demikian vektor B total di P searah dengan sumbu z dan besarnya 4 kali komponen vektor B searah sumbu z dari induksi magnet yang dihasilkan masing-masing sisi bujur sangkar.

(4) Jika arah tegak lurus bidang gambar yang mendekati pembaca dipilih sebagai arah R , maka:

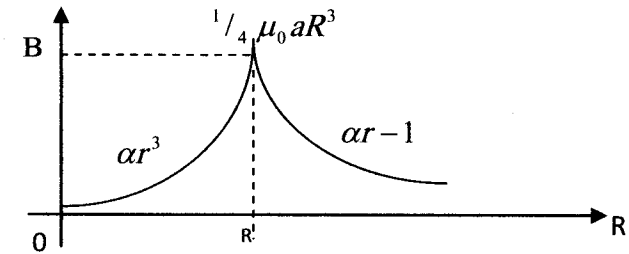
- (a) $-2 \times 10^{-5} \hat{k} T$
- (b) $-10^{-5} \hat{k} T$
- (c) $-0,33 \times 10^{-5} \hat{k} T$

Petunjuk:

- (a) Kawat lurus berarus yang panjangnya melalui P , tidak menghasilkan vektor B di titik P , sehingga vektor B di titik P adalah $\frac{1}{2}$ kali induksi magnet yang ditimbulkan oleh sebuah lingkaran berarus di titik pusatnya.
- (b) vektor B di titik P hanya ditimbulkan oleh busur-busur setengah lingkaran CD dan EF , sehingga dengan cara yang serupa dengan jawaban (a) vektor B total di P dapat dihitung (perhatikan arahnya).
- (c) Masing-masing busur lingkaran memberikan sumbangan sebesar $60^\circ/360^\circ = \frac{1}{6}$ kali induksi magnetik yang ditimbulkan oleh masing-masing lingkaran di titik pusatnya.

(5) $B(r) = \frac{1}{4} \mu_0 a r^3$ (untuk $r \leq R$)

$$B(r) = \frac{1}{4} \frac{\mu_0 a R^4}{r} \quad (\text{untuk } r \geq R)$$



Gambar 5.29

Petunjuk:

Buatlah lintasan ampere berupa lingkaran yang berpusat pada sumbu kawat dan simetri terhadap arus, maka:

$$I_{in} = \int_0^R J dA = \int J (2\pi r) dr \quad \text{untuk } r \leq R$$

$$I_{in} = \int_0^R J dA = \int J (2\pi r) dr \quad \text{untuk } r \geq R$$

- (6) (a) $B = 0,32 \times 10^{-4} T$
- (b) $B = 2 \times 10^{-4} T$
- (c) $B = 0$

Petunjuk:

- (a) Gunakan persamaan 4.14
- (b) Gunakan persamaan 4.15
- (c) Gunakan hukum Ampere dan tunjukkan bahwa $I_{in} = 0$

(7) $B = 16\pi (2 + \sqrt{10}) 10^{-5} T$

Petunjuk:

Cukup jelas.

(8) $6 \text{ dyne} = \text{atau } 6 \times 10^{-5} N \text{ arah ke kiri}$

Petunjuk:

Sifat simetri segmen-segmen kawat QR dan SP terhadap kawat panjang menyebabkan gaya pada kedua segmen tersebut sama besar dengan arah tepat berlawanan sehingga tidak memberikan tambahan apa pun dalam menentukan gaya total. Gaya total hanya ditentukan oleh gaya pada segmen kawat PQ dan RS yang besarnya berbeda karena mengalami induksi magnet yang berlainan.

- (9) $I = 1.25 \cdot 10^3 \text{ A}$: arah dari barat ke timur.

Petunjuk:

Buatlah sketsa arah-arah yang berkaitan dengan perhitungan. Besar dan arah gaya magnet per satuan panjang. Dengan demikian:

$$F/l = \lambda g, \text{ arah } F \text{ ke atas}$$

- (10) $q = 2 \times 10^{-16} \text{ C}$

Petunjuk:

Lintasan partikel bermuatan dalam medan magnet B_0 merupakan busur lingkaran, maka:

$$a = R (1 - \cos \theta)$$

$$d = R \sin \theta$$

Gunakan R yang diperoleh dari kedua persamaan tersebut dan harga v (setelah keluar dari selektor kecepatan) dan gunakanlah persamaan 4.19 maka q dapat dihitung.

- (11)(a) $B_0 = 0,2 \times \pi \text{ T}$

$$r = 1/\pi \text{ cm}$$

- (b) $\mu = 1,6/\pi \times 10^{-16} \text{ A m}^2$

Petunjuk:

Sudah jelas

Secara rata-rata, setiap detik pada lintasan proton dilewati proton f kali tiap satuan waktu, sehingga $I = qf$. Selanjutnya gunakan persamaan 4.9a dan r dari hasil perhitungan (a) untuk memperoleh μ

- (12)(a) $i = 20 \text{ mA}$

$$(b) \theta = 0,158 \text{ rad} \\ = 9,05^\circ$$

- (c) $V = 8,1 \text{ Volt}$

Petunjuk:

- (a) Gunakan persamaan 4.40

- (b) Jika vektor B serbasama, maka pada saat kesetimbangan besar momen kopel yang dihasilkan B dan i pada kawat adalah $\tau = N i A B \cos \theta$ sehingga persamaan 4.40 dapat ditulis menjadi:

$$\frac{\theta}{\cos \theta} = \frac{N \cdot i \cdot A \cdot B}{K}$$

yang dapat diselesaikan dengan pendekatan

$$\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \theta^2 \text{ untuk } \theta \ll 1.$$

- (c) $\sim i \sim v$

- (13)(a) $2,4 \times 10^{-5}$

- (b) $0,5 \text{ T}$

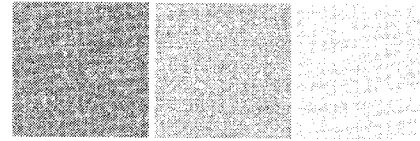
- (c) $1/3 \times 10^{-3}$

Petunjuk:

- (a) $B_0 = \mu_0 H$ dan $M = \mu_m H$

- (b) Sudah jelas

- (c) Jika rata-rata $\cos \theta$ dinyatakan dengan $\langle \cos \theta \rangle$, maka:
 $M = n \mu \langle \cos \theta \rangle$.



Bab 6



Gaya Gerak Listrik Induksi

Kompetensi Dasar:

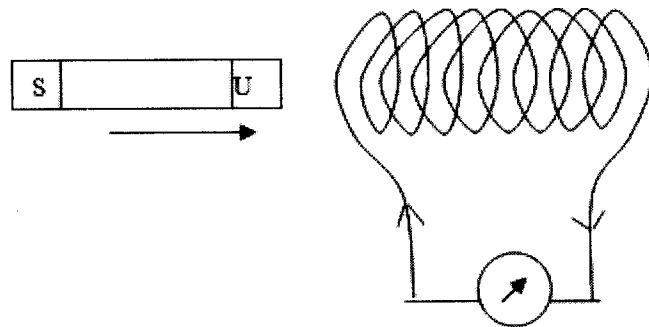
Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan dapat memecahkan persoalan yang disebabkan perubahan fluks magnet.

Indikator Hasil Belajar:

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, pembaca diharapkan dapat:
menjelaskan prinsip hukum Faraday dan Lenz; prinsip kerja generator;
menghitung ggl induksi pada loop yang mengalami perubahan fluks magnet; menjelaskan terjadinya medan listrik induksi akibat perubahan fluks magnet; menghitung induktansi diri maupun induktansi bersama; arus transien dalam rangkaian R-L, dan energi magnet pada induktor.

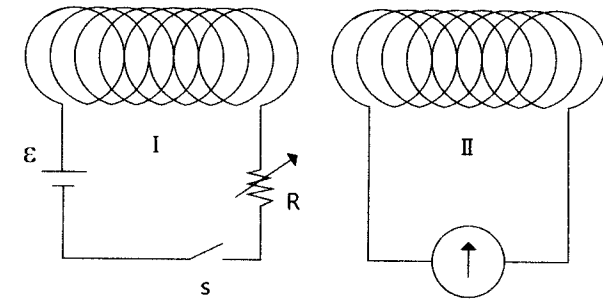
A. Hukum Faraday Dan Lenz

Pada Bab 5 telah diuraikan bahwa medan magnet ditimbulkan oleh arus listrik (muatan yang bergerak). Dari pengamatan dan eksperimen, medan listrik atau arus listrik dapat ditimbulkan oleh medan magnet dengan persyaratan tertentu. Agar lebih jelas, perhatikan dua percobaan sederhana berikut. *Pertama*, perhatikanlah suatu kumparan yang dihubungkan dengan galvanometer, seperti terlihat pada Gambar 6.1. Jika sebuah batang magnet permanen digerakkan mendekati kumparan, ternyata selama gerakan tersebut jarum galvanometer menyimpang pada arah tertentu, dan ketika batang magnet digerakkan menjauhi kumparan, jarum galvanometer menyimpang dalam arah sebaliknya.



Gambar 6.1 Perubahan fluks magnet dalam kumparan dapat menimbulkan arus dalam kumparan

Hal serupa terjadi pula jika batang magnet diam, sedangkan kumparan digerakkan mendekati atau menjauhi magnet. Jarum galvanometer menyimpang dengan pola yang sama, walaupun kumparan tidak dihubungkan dengan sumber ggl. Dengan demikian, dapat diambil kesimpulan bahwa gerak relatif antara batang magnet dan kumparan menimbulkan arus (selanjutnya disebut arus induksi) dan ggl induksi pada kumparan. *Kedua*, perhatikan dua buah kumparan yang relatif diam (stasioner) seperti nampak pada Gambar 6.2. Mula-mula sakelar S terbuka dan jarum galvanometer pada kumparan II tidak menyimpang. Jika sakelar S ditutup, ternyata jarum galvanometer menyimpang sesaat. hal ini menunjukkan bahwa dalam kumparan II timbul arus induksi.



Gambar 6.2 Dua kumparan stasioner

Dari simpangan jarum galvanometer, bila diamati ternyata arus induksi dalam kumparan II menjadi nol ketika arus dalam kumparan I sudah mencapai keadaan stasioner. Jika keadaan stasioner pada kumparan I diganggu misalnya dengan membuka sakelar S, ternyata jarum galvanometer kembali menyimpang sesaat tetapi dengan arah berlawanan dan akhirnya menjadi nol lagi. Kedua percobaan tersebut memperlihatkan adanya kesamaan hubungan sebab akibat, yang secara umum dapat dinyatakan bahwa ggl induksi atau arus induksi timbul dalam suatu rangkaian jika banyaknya garis induksi yang melalui kumparan tersebut (fluks magnet $= \Phi_m$) berubah terhadap waktu.

Secara matematis, fluks magnet Φ_m yang menembus suatu permukaan didefinisikan sebagai hasil kali skalar antara vektor permukaan \vec{A} dengan induksi magnet \vec{B} atau:

$$\Phi_m = \vec{A} \cdot \vec{B} \dots\dots\dots [6.1]$$

Secara umum, bila \vec{B} bervariasi dari titik yang satu ke titik yang lain maka:

$$\Phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \dots\dots\dots [6.2]$$

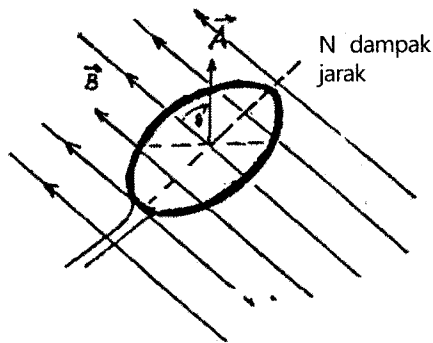
Faraday merumuskan hubungan antara ggl induksi dan fluks magnet pada kumparan secara kuantitatif. Perumusan ini dikenal sebagai hukum Faraday yang menyatakan bahwa besar ggl induksi pada suatu kumparan sama dengan laju perubahan fluks magnet yang melalui kumparan terhadap waktu. Secara matematis hukum Faraday dituliskan:

$$|E| = N \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right| \dots\dots\dots [6.3]$$

di mana N menyatakan jumlah lilitan pada kumparan.

Untuk mempelajari sifat ggl induksi lebih lanjut, perhatikan suatu kumparan yang berada dalam medan magnet serbasama B yang arahnya bersudut θ terhadap vektor permukaan A (lihat Gambar 6.3). Fluks magnet yang melalui kumparan adalah $\Phi_m = AB \cos \theta$, sehingga ggl induksi pada kumparan adalah:

$$|E| = n \left| \frac{d}{dt} (AB \cos \theta) \right| \dots\dots\dots [6.4]$$



Gambar 6.3 Kumparan dalam medan magnet serbasama B yang bersudut θ terhadap vektor permukaan A

Dari persamaan 6.3, dapat disimpulkan bahwa ggl induksi pada kumparan dapat terjadi jika:

- (1) luas permukaan kumparan berubah terhadap waktu;
- (2) besar B berubah terhadap waktu;
- (3) sudut antara B dan A berubah terhadap waktu; dan
- (4) terjadi kombinasi antara ketiga hal tersebut.

Contoh 6.1

Kumparan berbentuk bujur sangkar dengan sisi 20 cm, terdiri atas 200 lilitan dan mempunyai tahanan total 4 Ω , diletakkan dalam medan magnet serbasama dengan sumbu kumparan tegak lurus medan magnet. Jika induksi magnetik

medan tersebut berubah secara linear mulai dari 0 hingga 1,6 T selama selang waktu 0,8 s. Tentukan besar ggl induksi dan arus induksi selama perubahan medan tersebut.

Penyelesaian:

Waktu perubahan medan magnet:

$$B(t) = \frac{1,6}{0,8} \cdot t = 2t$$

Fluks magnet:

$$\Phi_m = BA \cos \theta = 2t \cdot (0,2)^2 \cdot 1 = 0,08t$$

Ggl induksi pada kumparan:

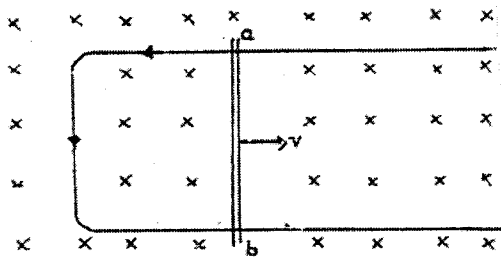
$$\epsilon_m = N \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = 200 \cdot 0,08 = 16 \text{ V}$$

Arus induksi dalam kumparan:

$$i_m = \frac{\epsilon}{R} = \frac{16 \text{ V}}{4 \Omega} = 4 \text{ A}$$

Ggl induksi yang dinyatakan dalam hukum Faraday (persamaan 6.3) sebenarnya masih belum lengkap dalam arah ggl induksi maupun arus induksi yang terjadi. Untuk melengkapi hal tersebut, berdasarkan hukum Kekekalan Energi, Lenz menyatakan bahwa arus dan ggl induksi timbul pada suatu arah yang mencegah terjadinya perubahan fluks magnet netto yang melalui kumparan. Untuk dapat memahami pernyataan tersebut (yang dikenal sebagai hukum Lenz), perhatikan uraian berikut:

Suatu kawat berbentuk huruf U, dilengkapi batang logam ab yang dapat digeser dan tetap menyinggung kawat tersebut. Susunan ini diletakkan dalam medan magnet serbasama B yang arahnya ditunjukkan dalam Gambar 6.4. Jika batang ab digerakkan ke kanan dengan kecepatan v , maka fluks magnet yang menembus loop bertambah besar dalam arah tegak lurus ke dalam (x) karena luas loop bertambah sedangkan B konstan.

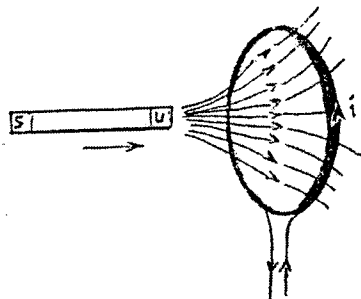


Gambar 6.4 Batang logam ab yang bergerak dalam medan luar

Menurut hukum Lenz, sistem cenderung akan melawan pertambahan fluks tersebut dengan menghasilkan medan induksi yang arahnya melawan perubahan tersebut. Hal ini dipenuhi jika arah medan magnet induksi tegak lurus luar (\bullet) bidang gambar, yang berarti bahwa arus induksi yang menghasilkan medan tersebut haruslah ke arah dari a ke b melalui batang logam (berlawanan arah putar jarum jam sepanjang loop) yang besarnya:

$$\epsilon = \frac{d}{dt}(BA) = \frac{d}{dt}(B \cdot l \cdot x) = Blv\sqrt{a^2 + b^2}$$

Contoh lain adalah arah arus dalam loop yang bergerak relatif terhadap batang magnet permanen seperti nampak pada Gambar 6.5. Jika batang magnet dengan kutub utaranya berdekatan dengan loop digerakkan mendekati loop, maka fluks magnet yang masuk melalui kumparan bertambah. Menurut hukum Lenz, loop cenderung melawan perubahan fluks tersebut dengan menimbulkan medan magnet induksi yang arahnya melawan perubahan tersebut. Dengan demikian, arah arus induksi dalam loop haruslah seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.5 agar menghasilkan medan magnet induksi dengan persyaratan tersebut.



Gambar 6.5 Gerak relatif antara batang magnet dan kumparan menimbulkan arus induksi

Dengan memerhatikan arah ggl (maupun arus) induksi yang dinyatakan dalam hukum Lenz, maka hubungan yang lengkap antara ggl induksi dan perubahan fluks tersebut dinamakan hukum Lenz-Faraday, yang secara matematis dituliskan sebagai:

$$\epsilon = -N \frac{d\phi_m}{dt} \dots\dots\dots [6.5]$$

Tanda negatif pada persamaan 6.5 di atas, menyatakan bahwa arah ggl induksi melawan perubahan fluks magnet.

Contoh 6.2

Suatu loop dengan luas A diletakkan secara tegak lurus dalam medan magnet homogen tetapi besarnya berubah terhadap waktu secara eksponensial dengan persamaan: $B(t) = B_0 \cdot e^{-at}$ ($t > 0$). Tentukanlah ggl induksi yang dihasilkannya sebagai fungsi waktu dan bandingkan sketsa grafik antara $B(t)$ dan $E(t)$.

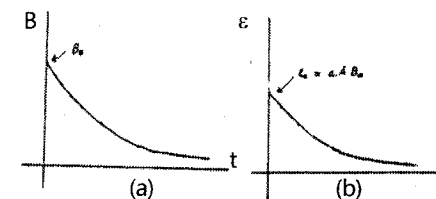
Penyelesaian:

Bidang loop tegak lurus terhadap \vec{A} , berarti $\vec{A} \parallel \vec{B}$, sehingga:

$$\phi_m = AB = AB_0 e^{-at}$$

$$\begin{aligned} \text{ggl induksi: } \epsilon &= -N \frac{d\phi_m}{dt} = -N \frac{d}{dt}(AB_0 e^{-at}) \\ &= -1(-a) \cdot A \cdot B_0 e^{-at} = aAB_0 e^{-at} \end{aligned}$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa ggl induksi berubah terhadap waktu secara eksponensial mengikuti B, atau sebanding dengan B. Hasil yang demikian ini tidak berlaku secara umum, kesebandingan tersebut diperoleh secara kebetulan hanya karena B meluruh secara eksponensial terhadap waktu.



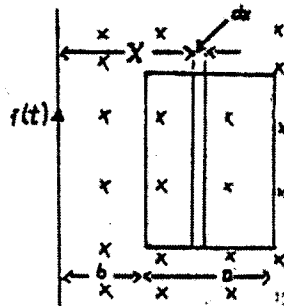
Gambar 6.6 (a) sketsa grafik $B(t)$, (b) sketsa grafik $\epsilon(t)$

Contoh 6.3

Loop bujur sangkar dengan sisi a diletakkan sebanding dengan kawat lurus sangat panjang yang dialiri arus $I(t)$ seperti pada Gambar 6.7. Jika $i(t) = I_m \cos \omega t$, tentukan:

(a) Φ_m yang melalui loop sebagai fungsi waktu.

(b) ggl induksi pada loop sebagai fungsi waktu.



Gambar 6.7 Keterangan gambar contoh 6.3

Penyelesaian:

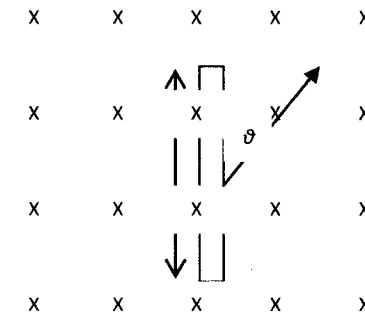
(a) Induksi magnetik E yang dihasilkan oleh kawat berarus, tidak serbasama, melainkan merupakan fungsi jarak A terhadap kawat. Memerhatikan sifat simetri, tinjaulah suatu elemen luasan loop sebesar dA yang letaknya simetri terhadap kawat berjarak x dari kawat dan lebarnya dx . Karena dx cukup kecil, maka induksi magnetik B di seluruh elemen tersebut dapat dianggap homogen, yaitu:

$$\begin{aligned}
 B(x) &= \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi x} \\
 d\phi &= B dA \\
 &= \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi x} a dx \\
 &= \frac{\mu_0 a i(t) dx}{2\pi x} \\
 \phi_m &= \frac{\mu_0 a i(t)}{2\pi} \int_b^{b+a} \frac{dx}{x} \\
 &= \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{b+a}{b}\right) I_m \cos \omega t
 \end{aligned}$$

(b) ggl induksi:

$$\begin{aligned}
 \epsilon &= -N \frac{d\phi_m}{dt} \\
 &= -I \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{b+a}{b}\right) I_m (-\omega) \sin \omega t \\
 \epsilon &= \frac{\mu_0 \omega a}{2\pi} \ln\left(\frac{b+a}{b}\right) I_m \sin \omega t
 \end{aligned}$$

Telah diuraikan sebelumnya (dari persamaan 6.4) bahwa ggl induksi dapat ditimbulkan dengan berbagai cara. Pada contoh kuantitatif yang terakhir diberikan, diperlihatkan ggl induksi yang disebabkan oleh perubahan besar medan magnet. Berikut ini akan diuraikan ggl induksi yang ditimbulkan oleh gerak relatif antara loop atau penghantar dan medan magnet yang besarnya konstan. Perhatikan sebuah batang yang panjangnya l dengan posisi tegak lurus medan magnet serbasama B , yang digerakkan dengan kecepatan v dan membentuk sudut θ terhadap batang seperti pada Gambar 6.8.



Gambar 6.8 Batang penghantar tegak lurus medan magnet digerakkan dengan kecepatan yang tegak lurus medan dan membentuk sudut θ terhadap batang

Dalam batang logam terdapat muatan bebas (elektron-elektron bebas). Karena gerakan batang tersebut, elektron-elektron bebas dalam logam mendapat gaya magnet:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Mengingat \vec{v} tegak lurus terhadap \vec{B} , maka $F = qvB$ dalam arah tegak lurus \vec{B} dan \vec{v} . Karena \vec{v} membentuk sudut θ terhadap batang logam, maka secara efektif besar gaya yang dialami muatan dalam logam yang searah dengan batang logam adalah $F \sin \theta = qvB \sin \theta$. Demikian $qE = qvB \sin \theta$ atau dengan kata lain, ggl induksi yang terjadi pada batang logam tersebut adalah:

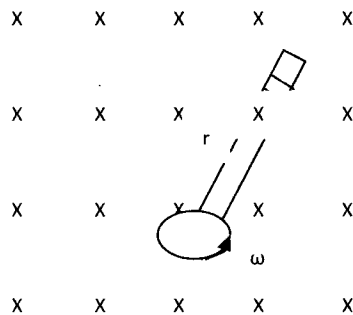
$$E = \frac{\varepsilon}{l}$$

$$vB \sin \theta = \frac{\varepsilon}{l}$$

$$\varepsilon = Bvl \sin \theta \dots\dots\dots [6.6]$$

Contoh 6.4

Batang penghantar dengan panjang L diputar dengan kecepatan sudut ω terhadap sumbu tegak lurus batang lewat salah satu ujung batang. Jika batang tersebut berada dalam medan magnet serbasama B searah dengan sumbu putar nampak terlihat pada Gambar 6.9, tentukan besar ggl yang timbul pada batang logam tersebut.



Gambar 6.9 Keterangan gambar contoh 6.9

Penyelesaian:

Ditinjau elemen batang setebal posisi berjarak r dari sumbu putar, maka kecepatan elemen batang tersebut adalah $v = \omega r$ dengan arah tegak lurus B maupun batang penghantar. Ggl yang timbul pada elemen batang (berdasarkan persamaan 6.6) adalah:

$$d\varepsilon = B v dr$$

$$= B \omega r dr$$

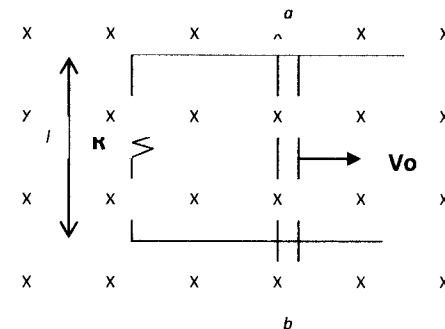
ggl induksi pada seluruh batang penghantar:

$$\varepsilon = \int_0^L B \omega r dr$$

$$= \frac{1}{2} B \omega L^2$$

Contoh 6.5

Sebuah batang penghantar ab dengan panjang L dan massa m bergerak sepanjang kawat sejajar tanpa gesekan dan melintasi medan magnet B serbasama serta tegak lurus seperti pada Gambar 6.10. Jika pada saat awal batang tersebut bergerak ke kanan dengan kecepatan V_0 , tentukan kecepatan batang, arus, induksi dan ggl induksi pada batang sebagai fungsi waktu.



Gambar 6.10 Keterangan gambar contoh 6.5

Penyelesaian:

Berdasarkan hukum lenz, arus induksi dalam batang ab berarah dari b ke a sehingga gaya magnet pada batang ab adalah:

$$F_m = -liB$$

Tanda negatif pada persamaan tersebut menyatakan bahwa arah gaya magnet ke kiri. Gaya magnet tersebut merupakan satu-satunya gaya dalam arah horizontal sehingga menurut hukum Newton II:

$$F_m = m \frac{dv}{dt}$$

$$-liB = m \frac{dv}{dt}$$

Berdasarkan persamaan 6.6 karena $\theta = 90^\circ$ maka $\epsilon = Blv$. Jika tahanan total loop adalah R , maka $i = \frac{Blv}{R}$, sehingga:

$$-lB \left(\frac{Blv}{R} \right) = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 l^2}{mR} dt$$

$$\text{atau } \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau} \quad \text{di mana } -\frac{1}{\tau} = \frac{B^2 l^2}{mR}$$

Pengintegrasian persamaan tersebut dengan syarat awal $V=V_0$ pada saat $t=0$ memberikan:

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_0^t -\frac{1}{\tau} dt$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{t}{\tau} \quad \text{atau} \quad v = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Dengan menggunakan hasil ini, maka:

$$i = \frac{Blv}{R} = \frac{Bl}{R} v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\epsilon = iR = Blv_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

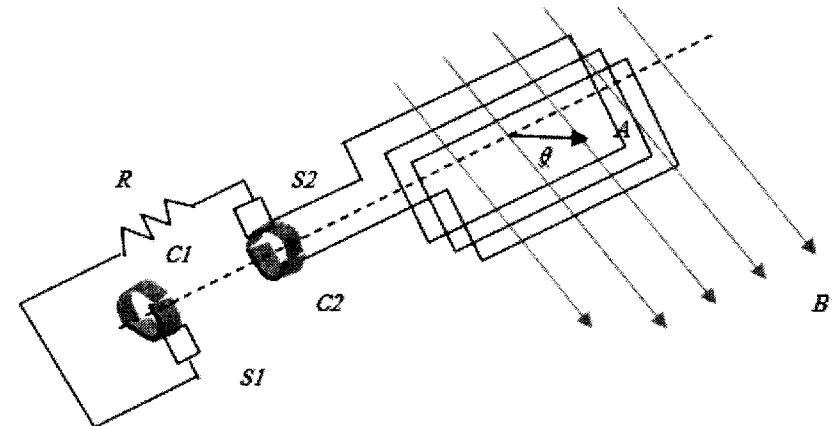
Terlihat bahwa V mengecil dan selaras dengan itu ϵ dan i juga mengecil.

B. Penggunaan GGL Induksi

Penggunaan ggl induksi pada pokok bahasan ini dibatasi pada prinsip kerja generator. Generator dan motor merupakan alat-alat yang bekerja atas dasar induksi elektromagnetik. Mengingat prinsip kerja keduanya sama, dalam uraian ini hanya akan dijelaskan cara kerja generator. Secara umum generator dapat diartikan sebagai alat yang dapat mengubah energi mekanik menjadi energi listrik, sedangkan motor adalah kebalikannya. Dari ggl induksi yang dihasilkan, generator dibedakan atas generator bolak-balik (AC) dan generator searah (DC).

1. Generator Bolak-balik

Secara garis besar, generator bolak-balik terdiri atas suatu kumparan yang berputar relatif terhadap medan magnet luar. Akibat putaran tersebut, fluks magnet yang melalui kumparan tersebut berubah terhadap waktu sehingga dihasilkan ggl induksi pada kumparan tersebut. Gambaran skematis generator bolak-balik seperti pada Gambar 6.11.



Keterangan

S_1, S_2 : sikat

C_1, C_2 : cincin logam

Gambar 6.11 Sketsa generator bolak-balik

Gerak putar relatif antara kumparan dan medan magnet dapat terjadi melalui beberapa cara. Untuk mempermudah gerak putaran tersebut, umumnya kumparan berupa lilitan pada inti besi yang disebut *armatur*. Karena gerak putar tersebut, fluks magnet yang menembus armatur berubah terhadap waktu, yaitu:

$$\Phi_m = BA \cos \theta$$

A menyatakan luas penampang kumparan (armatur) dan θ adalah sudut normal bidang kumparan dan induksi magnet B. Jika gerak relatif antara armatur dan medan magnet terjadi secara beraturan, maka $\theta = \omega t$, dan jika jumlah lilitan pada kumparan = N , maka ggl induksi yang dihasilkan:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -N \frac{d\phi_m}{dt} \\ &= N B A \omega \sin \omega t \dots\dots\dots [6.7] \end{aligned}$$

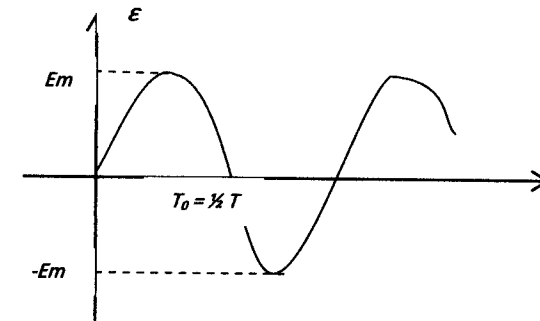
Jika harga maksimum (sering disebut amplitudo) ε yaitu $N B A \omega$ dinyatakan dengan ε_m , maka persamaan 6.7 dapat dituliskan sebagai:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t \dots\dots\dots [6.8]$$

Ggl induksi yang dihasilkan ini diteruskan ke rangkaian luar melalui suatu sikat atau *brush* sehingga dapat menghasilkan arus induksi yang berubah terhadap waktu dengan pola yang sama dengan perubahan ggl induksi terhadap waktu. Sesuai dengan namanya, ggl induksi yang dihasilkan generator bolak-balik menurut persamaan 6.8 berubah tanda setiap selang waktu t_0 yang memenuhi hubungan $\omega t_0 = \pi$ atau:

$$t_0 = \frac{\pi}{\omega} = \frac{1}{2} T \dots\dots\dots [6.9]$$

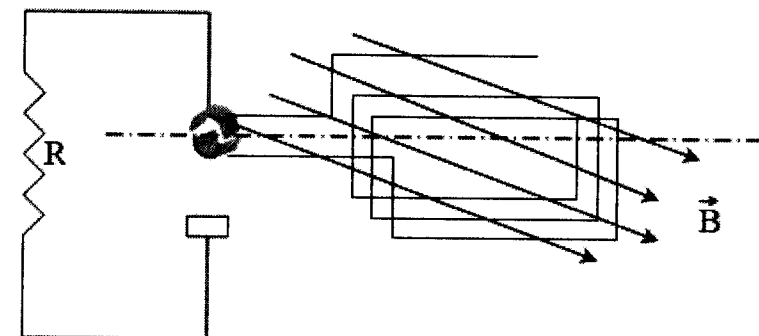
T dinamakan periode, besaran yang menyatakan waktu yang diperlukan untuk melakukan sekali gerak putar penuh. Gambaran skematik yang dinyatakan oleh persamaan 6.8 ditunjukkan oleh Gambar 6.12 berikut ini:



Gambar 6.12 Grafik ggl induksi yang dihasilkan oleh generator bolak-balik

2. Generator Searah

Gambaran skematik generator searah seperti ditunjukkan pada Gambar 6.13. Perbedaan utama antara generator searah dengan generator bolak-balik hanya pada bentuk cincin terminalnya. Pada generator searah terminalnya dari kumparan berupa separuh cincin yang sering dikenal sebagai *cincin belah* atau *komutator*. Sebutan terakhir ini dapat diartikan sebagai penukar sesuai dengan fungsinya yang menukar letak kontak dengan fungsinya yang menukar letak kontak dengan rangkaian luar (melalui sikat) pada saat ggl induksi tepat akan berganti tanda.



Gambar 6.13 Sketsa generator searah

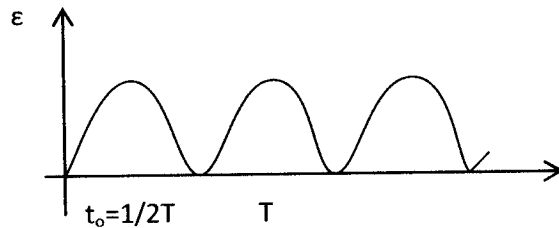
Dengan demikian ggl induksi yang dihasilkan oleh generator searah tidak pernah berubah tanda meskipun besarnya berubah menurut hubungan:

$$\varepsilon = N B A \omega | \sin \omega t | \dots\dots\dots [6.10]$$

atau

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t \dots \dots \dots [6.11]$$

Gambaran skematik ggl induksi yang dihasilkan generator searah ditunjukkan pada Gambar 6.14.



Gambar 6.14 Grafik ggl induksi yang dihasilkan oleh generator searah

C. Medan Listrik Induksi

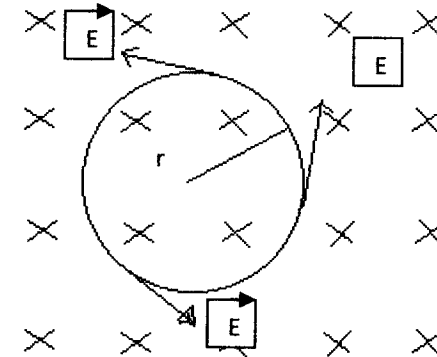
Pada bagian sebelumnya telah diuraikan bahwa perubahan fluks magnet menghasilkan ggl dan arus induksi dalam suatu loop konduktor. Hal ini dapat diartikan bahwa dalam konduktor tersebut *dihasilkan medan listrik sebagai akibat perubahan fluks magnet*. Gejala ini secara umum disampaikan dalam hukum Induksi Elektromagnetik yang menyatakan bahwa perubahan fluks magnet selalu menghasilkan medan listrik meskipun di dalam ruang hampa (tanpa muatan). Meski demikian, sifat-sifat medan listrik induksi sangat berbeda dengan medan listrik yang dihasilkan oleh muatan diam (medan elektrostatik). Hal tersebut dapat dijelaskan dengan memerhatikan apa yang terjadi pada loop lingkaran berjari-jari r yang diletakkan dalam medan magnet serbasama B , secara tegak lurus seperti ditunjukkan pada Gambar 6.15. Jika besar induksi magnetik tersebut berubah terhadap waktu, maka dalam loop timbul ggl induksi:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_m}{dt}$$

Timbulnya arus induksi dalam loop berarti pula timbul medan listrik E yang berarah menyinggung loop karena arah E sejajar

dengan rapat arus J (hukum Ohm). Dengan demikian, setiap muatan q yang bergerak mengelilingi loop sekali putar melakukan kerja qE dan kerja ini haruslah sama dengan kerja yang dilakukan oleh gaya listrik pada muatan tersebut, yaitu $qE (2\pi r)$, dari hubungan tersebut E dapat ditentukan. Secara matematis hubungan tersebut dapat dituliskan dengan:

$$\begin{aligned} q\varepsilon &= qE \cdot 2\pi r \\ \varepsilon &= E \cdot 2\pi r \dots \dots \dots [6.12] \end{aligned}$$



Gambar 6.15 Medan listrik induksi yang timbul pada loop karena perubahan medan magnet berarah tangensial (garis singgung).

Khusus untuk contoh ini, $\Phi_m = \pi r^2 B$, sehingga:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= - \pi r^2 \frac{dB}{dt} \\ \text{dan} \\ \varepsilon_x &= - \frac{1}{2} r^2 \frac{dB}{dt} \dots \dots \dots [6.13] \end{aligned}$$

Jika perubahan medan magnet B terhadap waktu diketahui, medan listrik induksi yang dihasilkannya dalam suatu loop lingkaran dapat ditentukan dengan persamaan (6.13). Tanda negatif pada persamaan tersebut menunjukkan bahwa medan listrik induksi E menghalangi perubahan medan magnet. Perlu diperhatikan bahwa hasil tersebut tetap berlaku meskipun tidak ada konduktor. Hal ini berarti bahwa muatan bebas yang diletakkan dalam ruang medan magnetnya berubah akan mengalami medan listrik induksi yang sama. Dalam bentuk yang lebih umum, persamaan 6.12 untuk sembarang lintasan tertutup dapat ditulis:

$$\varepsilon = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} \dots\dots\dots [6.14]$$

atau

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \phi_m \dots\dots\dots [6.15]$$

Penting untuk diperhatikan bahwa *medan listrik E* yang terdapat pada persamaan 6.14 atau persamaan 6.15 merupakan medan tak konservatif, yang dihasilkan suatu medan yang berubah terhadap waktu yang dihasilkan oleh suatu perubahan medan magnet.

Contoh 6.6

Solenoida yang panjang mempunyai jari-jari R dan n lilitan per satuan panjang. Jika solenoida tersebut dialiri $i = I_m \sin \omega t$ (I_m dan ω konstan). Tentukan medan listrik induksi yang dihasilkan sebagai fungsi r (jarak ke sumbu solenoida).

Penyelesaian:

Induksi magnetik B di dalam solenoida dapat dianggap serbasama dan medan magnet B di luar solenoida diabaikan. Buat loop berupa lingkaran dengan jari-jari r yang sumbunya berhimpit dengan sumbu solenoida dengan menggunakan persamaan 6.15, maka untuk $r < R$:

$$\begin{aligned} E \cdot 2\pi r &= \frac{d}{dt} (B \cdot \pi r^2) \\ &= -\pi r^2 \frac{dB}{dt} = -\pi r^2 \frac{d}{dt} (\mu_0 n I_m \cos \omega t) \\ E \cdot 2\pi r &= -\pi r^2 \mu_0 n \omega I_m \sin \omega t \\ E &= \frac{\mu_0 n I_m \omega r}{2} \sin \omega t \end{aligned}$$

untuk $r > R$

$$\begin{aligned} E \cdot 2\pi r &= \frac{d}{dt} (B \cdot \pi R^2) \\ &= -\pi R^2 \mu_0 n I_m \sin \omega t \\ E &= \frac{\mu_0 n I_m R^2}{2r} \sin \omega t \end{aligned}$$

Hasil perhitungan tersebut menunjukkan bahwa harga maksimum (amplitudo) medan listrik induksi di dalam induktor (solenoida) bertambah sebanding dengan r , sedangkan di luar induktor berkurang atau berbanding terbalik dengan r .

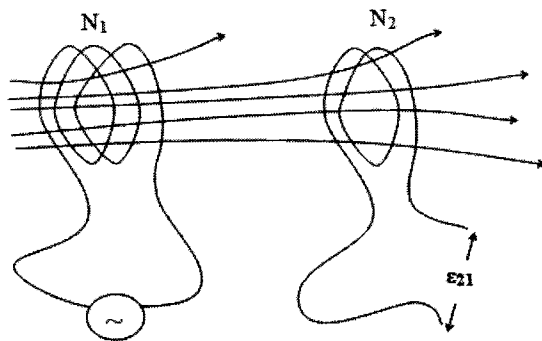
D. Induktansi

Suatu komponen yang banyak digunakan dalam rangkaian elektronika (khususnya yang menggunakan arus bolak-balik) adalah induktor. Pada prinsipnya suatu penghantar yang berbentuk gulungan atau lilitan dapat dianggap sebagai induktor. Salah satu sifat induktor adalah kemampuannya menyimpan energi dalam medan magnet, dan ukuran yang menyatakan besar kecilnya kemampuan induktor energi disebut **induktansi**.

1. Induktansi Bersama (Induktansi Silang)

Perhatikan dua buah kumparan dalam keadaan diam yang satu terhadap yang lain (lihat Gambar 6.15). Kumparan I terdiri atas N_1 lilitan dan dihubungkan dengan sumber tegangan bolak-balik (dinyatakan dengan lambang \sim), sedangkan kumparan II terdiri dari atas N_2 lilitan tanpa dihubungkan dengan sumber tegangan luar. Akibat perubahan arus yang dihasilkan sumber pada kumparan I, fluks magnet yang melalui kumparan II juga berubah terhadap waktu, sehingga timbul ggl induksi pada kumparan II.

$$\varepsilon = -N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} \dots\dots\dots [6.16]$$



Gambar 6.16 Dua kumparan dalam keadaan diam di mana perubahan arus pada kumparan yang satu menyebabkan ggl induksi pada kumparan yang lain.

Indeks 21 menyatakan bahwa besaran tersebut timbul pada kumparan II dan disebabkan oleh kumparan I begitupun pula sebaliknya. Pada persoalan ini, perubahan fluks magnet semata-mata hanya disebabkan oleh perubahan arus, sehingga perubahan fluks pada persamaan 6.16 dapat dituliskan dengan:

$$\frac{d\phi_{21}}{dt} = \frac{d\phi_{21}}{di_1} = \frac{di_1}{dt}$$

Mengingat Φ_{21} sebanding dengan i_1 maka: $\frac{d\phi_{21}}{di_1} = \frac{\phi_{21}}{i_1}$,

sehingga persamaan tersebut dapat pula dituliskan dengan:

$$\frac{d\phi_{21}}{dt} = \frac{d\phi_{21}}{di_1} = \frac{di_1}{dt} \dots\dots\dots [6.17]$$

Dari persamaan 6.16 dan persamaan 6.17, memberikan hasil:

$$\varepsilon = -M_{21} \frac{di_1}{dt} \dots\dots\dots [6.18]$$

di mana: $M_{21} = N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1} \dots\dots\dots [6.19]$

Besaran M_{21} pada persamaan 6.19 di atas disebut dengan **induktansi bersama** (*mutual inductance*) antara kumparan I dan kumparan II serta dalam SI dinyatakan dalam satuan Henry (H). Dengan cara yang sama, untuk kumparan I akan diperoleh hubungan:

$$\varepsilon_{12} = -M_{21} \frac{di_2}{dt} \dots\dots\dots [6.20]$$

di mana

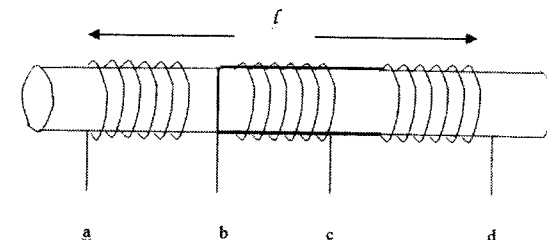
$$M_{12} = N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2} \dots\dots\dots [6.21]$$

Dapat dibuktikan, bahwa secara umum berlaku $M_{12} = M_{21}$, sehingga induktans bersama (silang) sering dinyatakan dengan notaris M saja. Perlu diperhatikan bahwa harga induktans bersama (silang) yang dinyatakan dalam persamaan 6.19 maupun persamaan 6.21 tidak bergantung pada arus meskipun pada persamaan-persamaan tersebut nampak seolah-olah M bergantung pada arus. Hal ini disebabkan karena Φ bergantung pada i sehingga hasil baginya bukan merupakan fungsi i lagi.

Contoh 6.7

Suatu selinder berongga dengan luas penampang luar 8 cm² dililiti kawat penghantar sejumlah 49 lilitan, kemudian disekat dengan bahan isolator dan dililiti lagi dengan kawat penghantar lain sejumlah 20 lilitan. Panjang kumparan pertama l_1 adalah 40 cm; kumparan kedua diatur simetri terhadap kumparan pertama (lihat Gambar 6.17) dan luas penampang kedua kumparan dianggap sama dengan luas penampang silinder.

- Tentukan induktans bersama (silang) antara kumparan I dan II.
- Jika kumparan I dialiri arus $i_1 = 2 \cos 100t$, hitung ggl induksi pada kumparan II
- Jika kumparan II dialiri arus $i_2 = 2 \cos 100t$, hitung ggl induksi pada kumparan I



Gambar 6.17 Keterangan gambar contoh 6.7

Penyelesaian:

- (a) Kumparan I dianggap cukup panjang sehingga induksi magnet ditimbulkan di daerah dalam kumparan II.

$$B_{21} \approx \frac{\mu N_1 i_1}{l_1}$$

$$\Phi_{21} = A_2 \cdot B_2$$

$$= \frac{\mu_0 N_1 i_1 A}{l}$$

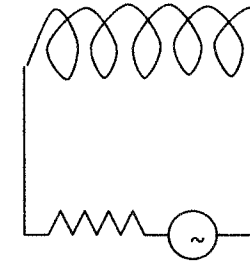
$$M_{21} = N_2 \frac{\Phi_{21}}{i_1}$$

$$= \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l}$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 40 \cdot 20 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{0,40} = 6,4\pi \times 10^{-9} H = 6,4\pi nH$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \varepsilon_2 &= -M_{21} \frac{di_1}{dt} \\ &= -6,4\pi \cdot 10^{-9} (-100 \cdot 2 \cdot \sin 100t) \\ &= 1,28\pi \sin 100\mu v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad \varepsilon_1 &= -M_{12} \frac{di_2}{dt} \\ &= -M_{21} \frac{di_2}{dt} \\ &= 1,28 \pi \sin 100t \text{ m v} \end{aligned}$$



Gambar 6.18 Kumparan dialiri arus yang berubah terhadap waktu

Mengingat Φ_m berbanding lurus dengan i , maka persamaan tersebut dapat pula dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= -N \frac{d\Phi_m}{di} \cdot \frac{di}{dt} \\ \varepsilon' &= -N \frac{\Phi_m}{i} \cdot \frac{di}{dt} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots [6.23]$$

Dengan mendefinisikan induktans diri dan induktans (L) sebagai:

$$L = N \frac{\Phi_m}{i} \quad \dots\dots\dots [6.24]$$

Maka persamaan 6.23 dapat ditulis menjadi:

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt} \quad \dots\dots\dots [6.25]$$

Dalam SI induktans diri dinyatakan dalam satuan Henry (H) dan suatu kumparan yang mempunyai induktans tertentu disebut **induktor**. Dalam diagram rangkaian, induktor dilukiskan dengan simbol:



2. Induktansi Diri

Ditinjau suatu kumparan yang mempunyai N lilitan. Jika kumparan tersebut dialiri arus yang berubah terhadap waktu seperti nampak pada Gambar 6.18, maka fluks magnet dalam kumparan tersebut juga berubah terhadap waktu, sehingga akan terjadi ggl induksi di dalam kumparan itu sendiri. Induksi yang demikian ini dinamakan **induksi diri**, dan ggl induksi yang terjadi pada kumparan ditentukan dari hukum Lenz-Faraday, yaitu:

$$\varepsilon' = -N \frac{d\Phi_m}{dt} \quad \dots\dots\dots [6.22]$$

Contoh 6.8

Sebuah induktor terbuat dari kumparan kawat penghantar dengan 100 lilitan. Jika panjang kumparan $l = 16$ cm dan luas penampangnya 8 cm^2 , hitunglah:

Induktans diri kumparan tersebut.

Induktans diri kumparan jika kumparan disisipi antibesi dengan $\mu_r = 500\mu_0$.

Penyelesaian:

- (a) Dengan menganggap medan magnet di dalam kumparan bersifat serbasama, sehingga:

$$B \approx \frac{\mu_0 Ni}{l}, \text{ maka fluks magnet dalam kumparan:}$$

$$\phi_m \approx \frac{\mu_0 NiA}{l}$$

induktans kumparan:

$$\begin{aligned} L &= \frac{N\phi_m}{i} \\ &= \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \\ &= \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}) (100)^2 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{0,16} \\ &= 2\pi \cdot 10^{-5} \text{ H atau } \approx 20\pi \mu\text{H} \end{aligned}$$

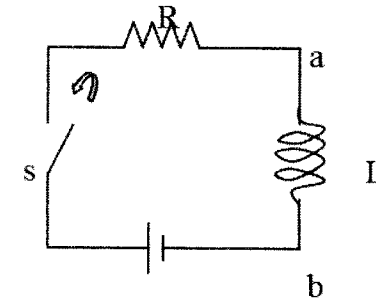
- (b) Dengan adanya antibesi dengan $\mu = 500\mu_0$, maka B dan fluks magnet dalam kumparan menjadi 500 kali semula. Dengan demikian, induktans kumparan menjadi 500 kali semula.

$$\begin{aligned} L &= 500 \cdot 20\pi \mu\text{H} \\ &= 0,01\pi \text{ H} \\ &= 0,0314 \text{ H} \end{aligned}$$

E. Rangkaian R-L

Perhatikan suatu rangkaian yang terdiri atas baterai (ϵ), resistor (R), dan induktor (L) yang dihubungkan seri melalui sakelar S , seperti diperlihatkan pada Gambar 6.19. Andaikan pada $t = 0$ sakelar S ditutup, maka rangkaian mulai dialiri arus yang bertambah besar menuju harga stasionernya. Selama pertambahan arus berlangsung, induktor menghasilkan ggl yang melawan pertambahan arus. Ggl

induksi pada induktor ini sering dikenal sebagai *ggl balik* (*back emf*) karena arahnya berlawanan dengan arah ggl baterai.



Dari persamaan 6.25 ggl balik yang dihasilkan induktor adalah:

$$\epsilon L = -L \frac{di}{dt}$$

Mengingat arus bertambah besar, maka di/dt bernilai positif sehingga ϵL berharga negatif. Hal ini berarti terjadi penurunan tegangan dari titik a ke titik b ketika melintasi induktor. Dengan menggunakan hukum Kirchoff II pada rangkaian tersebut (loop), diperoleh:

$$\epsilon - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \dots\dots\dots [6.26]$$

Untuk menyelesaikan persamaan 6.26, diupayakan penggantian variabel lewat hubungan:

$$x = \frac{\epsilon}{R} - i \quad \text{sehingga,} \quad dx = - di$$

Dalam variabel baru tersebut, persamaan 6.26 menjadi:

$$\begin{aligned} x + \frac{L}{R} \frac{dx}{dt} &= 0 \\ \frac{dx}{dt} &= -\frac{R}{L} dt \\ \ln \frac{x}{x_0} &= -\frac{R}{L} t \end{aligned}$$

$$\text{atau } x = x_0 e^{-Rt/L}$$

x_0 menyatakan harga x pada saat $t = 0$, yaitu:

$$x_0 = \frac{\epsilon}{R}$$

karena $i = 0$ pada saat $t = 0$. Dengan menggunakan hubungan antara X dan i , hasil terakhir tersebut ekuivalen dengan:

$$\frac{\varepsilon}{R} - i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-Rt/L}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}) \quad \dots\dots\dots [6.27]$$

Selanjutnya dengan mendefinisikan *tetapan waktu* (τ) untuk rangkaian R-L.

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \dots\dots\dots [6.28]$$

F. Energi Magnet dalam Induktor

Energi magnet adalah energi yang tersimpan dalam medan magnet yang dihasilkan oleh induktor berarus. Telah diuraikan bahwa ggl induksi yang dihasilkan oleh induktor menghalangi baterai untuk memperbesar arus sesaat dalam rangkaian. Kerja yang dilakukan oleh baterai tersebut tersimpan dalam induktor. Dengan demikian, secara umum dapat dinyatakan bahwa energi yang diberikan (dihasilkan) oleh baterai dalam rangkaian R-L, sebagian hilang sebagai kalor joule dan sebagian yang lain tersimpan dalam induktor. Hal ini dapat terlihat jika persamaan 6.6 dikalikan dengan arus i , sehingga diperoleh:

$$\varepsilon i - i^2 R - Li \frac{di}{dt} = 0$$

atau $\varepsilon i = i^2 R + Li \frac{di}{dt} \quad \dots\dots\dots [6.30]$

εi menyatakan kerja yang dilakukan oleh baterai, $i^2 R$ menyatakan kalor joule, dan $Li \frac{di}{dt}$ menyatakan energi yang tersimpan dalam induktor (medan magnet).

Jika energi yang tersimpan dalam induktor dinyatakan dengan U_m , maka daya yang tersimpan dalam induktor haruslah sama dengan suku kedua ruas kanan persamaan 6.30, sehingga dapat dituliskan:

$$\frac{dU_m}{dt} = Li \frac{di}{dt} \quad \text{atau} \quad \int_0^{U_m} dU_m = \int_0^{U_m} Li di$$

$$U_m = \frac{1}{2} Li^2 \quad \dots\dots\dots [6.31]$$

Perhatikan bahwa hubungan energi-arus dalam induktor pada persamaan 6.31 serupa dengan hubungan energi muatan dalam kapasitor ($\frac{1}{2} Q^2/C$). Kesamaan yang lain adalah hubungan antara rapat energi dan medan yang menyimpan energi tersebut. Untuk mudahnya, tinjaulah suatu solenoida dengan jumlah lilitan N , luas penampang A dan panjang L . Menurut persamaan 6.24 induktansi solenoida adalah:

$$L = \frac{N\mu_0 NiA}{L_i}$$

$$= \mu_0 \frac{N^2}{L^2} AL$$

$$= \mu_0 n^2 v$$

n menyatakan jumlah lilitan persatuan panjang dan v volume ruang yang diselubungi solenoida. Jika solenoida tersebut dialiri arus i , maka medan magnet di dalam solenoida:

$$B = \mu_0 n i$$

Dan energi yang tersimpan di dalam solenoida:

$$U_m = \frac{1}{2} Li^2$$

$$= \frac{1}{2} \mu_0 n^2 v i^2$$

Dengan menggunakan hubungan pada persamaan 6.43 yang memberikan $\mu_0 H$ pada ruang hampa, maka persamaan 6.32 dapat dinyatakan dengan:

$$U_m = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 v \quad \dots\dots\dots [6.33]$$

Rapat energi, yaitu energi tiap satuan volume, yang tersimpan dalam suatu medan magnet dapat dituliskan:

$$U_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \dots\dots\dots [6.34]$$

atau

$$U_m = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \dots\dots\dots [6.35]$$

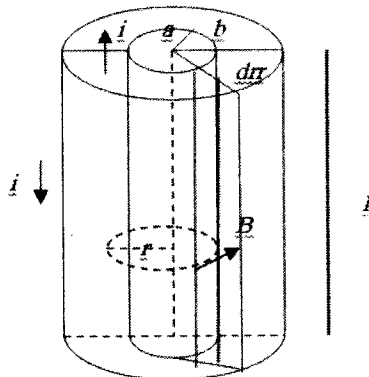
Meskipun persamaan 6.34 dan persamaan 6.35 diperoleh melalui contoh yang sangat sederhana, tetapi dapat dibuktikan bahwa hubungan rapat energi dan medan magnet yang dinyatakan dalam kedua persamaan tersebut, berlaku secara umum. Jika induktor disisipi dengan bahan yang mempunyai permeabilitas μ , maka besar rapat energi yang tersimpan didalamnya:

$$U_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \dots\dots\dots [6.36]$$

Contoh 6.9

Dua buah konduktor masing-masing berbentuk kulit (selubung) silinder berjari-jari a dan b , panjang l terpasang secara koaksial seperti terlihat pada Gambar 6.21. Kulit dalam dialiri arus i ke atas dan kulit luar dialiri arus i ke bawah.

- Tentukan induktans konduktor tersebut.
- Hitung energi yang tersimpan dalam konduktor tersebut.



Gambar 6.21: Keterangan gambar contoh 5.10

Penyelesaian:

- Dengan menggunakan hukum Ampere dapat ditunjukkan bahwa:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad \text{untuk} \quad a < r < b$$

$$B = 0 \quad \text{untuk} \quad r < a \text{ dan } r > b$$

Arah B di antara kedua kulit silinder mengitari kulit silinder dalam, sehingga fluks magnet hanya menembus bidang-bidang yang melalui sumbu silinder. Tinjauan suatu elemen bidang setebal dr yang berjarak r dari sumbu silinder, maka:

$$dA = 1 \, dr$$

dan

$$\begin{aligned} \phi_m &= \oint B \, dA \\ &= \frac{\mu_0 i l}{2\pi r} \, dr \end{aligned}$$

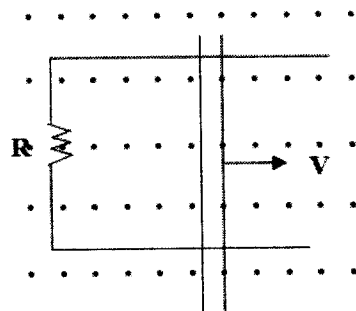
- Fluks magnet total yang melalui penampang irisan antara kedua kulit yang letaknya berhimpitan dengan arah radial:

$$\begin{aligned} \phi_m &= \int \frac{\mu_0 i l}{2\pi r} \, dr \\ &= \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \\ L &= \frac{\phi_m}{i} = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln \left[\frac{b}{a} \right] \dots\dots\dots [6.37] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{1}{2} L i^2 \\ &= \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln \left[\frac{b}{a} \right] \end{aligned}$$

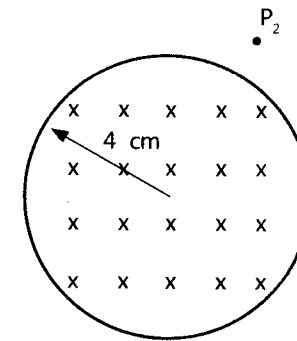
Soal Uji Kompetensi

- (1) Suatu kumparan dengan luas penampang 40 cm^2 , terdiri atas 200 lilitan, mempunyai tahanan sebesar 2Ω . Kumparan tersebut ditempatkan dalam medan magnet serbasama, yang besarnya berubah-ubah terhadap waktu menurut persamaan:
 $B = 0,04 + 0,02 t^2$ (t dalam detik dan B dalam T).
 - (a) Hitung ggl dan arus induksi pada saat $t = 1\text{S}$ jika B tegak lurus terhadap bidang kumparan.
 - (b) Hitung ggl dan arus induksi pada saat $t = 1\text{S}$ jika B membentuk sudut 30° terhadap bidang kumparan.
- (2) Suatu kumparan bujur sangkar dengan luas penampang A diletakkan dalam medan magnet B secara tegak lurus. Jika besarnya B berubah tiap waktu menurut persamaan
 $B = B_0 e^{-t/\tau}$ (B_0 dan τ konstan).
 - (a) Tentukan ggl induksi sebagai fungsi waktu
 - (b) Jika $B_0 = 0,4 \text{ T}$, $A = 0,2 \text{ m}^2$, dan $t = 1,6 \text{ s}$, hitunglah ggl induksi maksimum dan ggl induksi pada saat $t = 3,2 \text{ s}$.
- (3) Suatu batang penghantar dengan panjang $l = 0,2 \text{ m}$, dihubungkan bebas dengan rangkaian yang mempunyai tahanan $R = 4 \Omega$ seperti pada Gambar 6.22. Jika massa batang, gesekan batang dengan rangkaian diabaikan, $B = 2\text{T}$ dengan arah seperti pada gambar, hitunglah:
 - (a) Gaya yang diberikan batang agar dapat bergerak ke kanan dengan kecepatan konstan $v = 2 \text{ m/s}$,
 - (b) Daya yang hilang pada resistor.



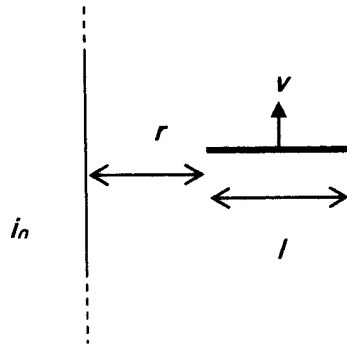
Gambar 6.22 Keterangan pada soal nomor 3

- (4). Ruang di dalam silinder berjari-jari 4 cm mempunyai medan magnet serbasama dengan $B = (0,05 t^2 - 0,9 t + 4) \text{ T}$ dengan arah sejajar sumbu silinder (t dalam satuan detik). Penampang silinder dan arah medan ditunjukkan pada Gambar 6.23.
 - (a) Tentukan besar medan listrik induksi dititik P_1 yang berjarak 2 cm dari sumbu, pada $t = 4\text{s}$.
 - (b) Tentukan besar medan listrik induksi dititik P_2 yang berjarak 5 cm dari sumbu, pada $t = 2\text{s}$.
 - (c) Kapankah medan listrik induksi di P_2 berharga nol.



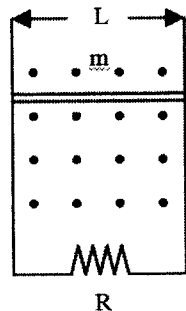
Gambar 6.23 Keterangan pada soal nomor 4

- (5) Sebuah loop persegi dengan ukuran $a \times b$ ditempatkan sebidang dengan kawat lurus panjang yang berarus $i = i_0 e^{-t/\tau}$. Sisi loop yang terdekat dan sejajar kawat berjarak d terhadap kawat yang berarus.
 - (a) Tentukan ggl induksi pada loop tersebut.
 - (b) Jika $i_0 = 10 \text{ A}$, $a = d = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, dan $t = 4 \text{ s}$, tentukan ggl induksi pada saat $t = 8 \text{ s}$.
- (6) Sebatang penghantar panjang l dengan kedudukan tegak lurus terhadap kawat lurus panjang berarus konstan i_0 , digerakkan dengan kecepatan v sejajar kawat. Jika ujung terdekat batang berjarak r terhadap kawat berarus, tentukan ggl induksi pada batang penghantar tersebut (lihat Gambar 6.24).



Gambar 6.24 Keterangan pada soal nomor 6

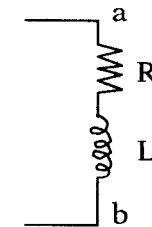
- (7) Sebuah loop berbentuk persegi dengan ukuran $a \times b$, mempunyai tahanan R . Loop tersebut diletakkan sebidang dan sejajar dengan sebuah kawat lurus panjang berarus konstan i_0 . Jika loop tersebut digerakkan dengan kecepatan v dalam arah tegak lurus kawat, tentukan arus induksi di dalam loop ketika sisinya yang terdekat berjarak r dari kawat.
- (8). Sebatang penghantar horizontal panjang l dan massa m dapat bergerak bebas tanpa gesekan sepanjang rangkaian vertikal yang mempunyai tahanan R . Rangkaian tersebut diletakkan dalam medan magnet serbasama B , yang arahnya ditunjukkan pada Gambar 6.25. Bila batang tersebut dilepaskan tanpa kecepatan awal, tentukan kecepatan batang setelah tercapai kesetimbangan antara gaya magnet dan gaya gravitasi pada batang.



Gambar 6.25 Keterangan pada soal nomor 8

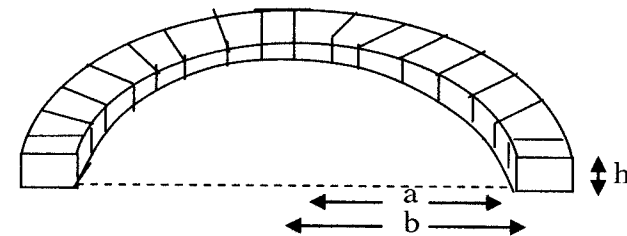
- (9) Sebuah induktor $10H$ dialiri arus $I = 4t^2 - 16t$ dalam satuan SI.
- Hitunglah ggl induksi pada induktor pada saat $t = 0$.
 - Bilamana ggl induksi pada induktor berharga nol.
 - Berapa energi yang tersimpan di dalam induktor pada $t = 2S$.

- (10) Gambar 6.26 menunjukkan bagian suatu rangkaian. Jika bagian tersebut dialiri arus $2A$ yang bertambah dengan laju $1A/S$ ternyata $v_{ab} = 8v$, dan jika dialiri dengan arus $2A$ tetapi berkurang dengan laju $1A/S$ ternyata $v_{ab} = 4v$. Hitunglah harga R dan L .



Gambar 6.26 Keterangan pada soal nomor 10

- (11) Dua kumparan A dan B yang berdekatan mempunyai induktansi bersama (silang) $M = 40 \text{ mH}$. Tentukan ggl induksi pada kumparan B jika kumparan A dialiri arus $I = 2 + 4t - t^2$. Berapa harga ggl induksi dalam kumparan B pada saat $t = 4S$?
- (12) Suatu kumparan toroida yang mempunyai lilitan N lilitan, penampangnya berupa persegi panjang seperti diperlihatkan pada Gambar 6.27. Jari-jari dalam dan luarnya masing-masing adalah a dan b .
- Tunjukkan bahwa:
$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$
 - Jika $a = 4 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, dan $h = 1 \text{ cm}$, berapa N agar diperoleh $L = 0,5 \text{ mH}$.



Gambar 6.27 Keterangan pada soal nomor 12

Kunci Jawaban

- (1) (a) 64 mV, 32 mA
(b) 32 mV, 16 mA

Petunjuk:

Gunakan hukum Faraday akan diperoleh $\epsilon(t)$, kemudian masukkan harga t yang diminta.

Sama dengan (a) tetapi ditambah dengan faktor $\cos \theta$ dengan $\theta = 60^\circ$

(2) (a) $\frac{AB_0}{\tau} e^{-t/\tau}$

(b) $\epsilon_{\text{maks}} = 50 \text{ mv}$; $\epsilon = 6,9 \text{ mv}$

Petunjuk:

Gunakan Hukum Lenz-Faraday

Sudah jelas

- (3) (a) 0,08 N arah ke kanan
(b) 0,16 watt

Petunjuk:

(a) Hitunglah ggl induksi dan arus induksi

(b) Gaya yang diperlukan untuk melawan gaya magnet
 $F = B i l$.

(c) Sudah jelas.

- (4) (a) $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ N/C}$
(b) $1,12 \cdot 10^{-2} \text{ N/C}$
(c) $t = 9 \text{ s}$

Petunjuk:

Baca kembali contoh 6.6.

- (5) (a) $\epsilon \left[\frac{\mu_0 b}{2\pi t} \ln\left(1 + \frac{a}{b}\right) \right] i e^{-t/\tau}$
(b) $(2,7 \ln 2) \text{ nv}$

Petunjuk:

Tinjaulah fluks yang dihasilkan oleh elemen luas loop sebesar $Da \, dx$ yang berjarak x dari kawat, kemudian integrasikan terhadap x mulai $x = d$ hingga $x = d + a$. ggl induksi dapat diperoleh dari hasil tersebut melalui hubungan:

$$\epsilon = \frac{-d\Phi_m}{dt}$$

(6) $\left[\frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{1}{r}\right) \right] i_0 v$

Petunjuk:

Tinjaulah elemen batang sebesar dx yang berjarak x dari kawat berarus, maka besar ggl induksi pada elemen tersebut adalah: $de = B(t) \cdot dx \cdot v$. Integrasikan persamaan tersebut untuk mendapatkan ggl induksi yang diminta.

(7) $\frac{\mu_0 i_0 b v}{2\pi R r(a+r)}$

Petunjuk:

Andaikan sisi terdekat berjarak x terhadap kawat, dengan cara yang sama seperti pada contoh 5.3, tunjukkan bahwa:

$$\Phi_m = \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \ln\left[\frac{a+x}{x}\right]$$

Dari hasil tersebut tentukan ggl induksi dengan menggunakan:

$$\epsilon = \frac{d}{dt} \Phi_m = - \frac{d}{dx} \Phi_m \frac{dx}{dt}$$

Dengan menggunakan Hukum Ohm dan mengingat $\frac{dx}{dt} = v$, maka arus induksi yang diminta dapat ditentukan.

(8) $\frac{m g r}{B^2 l^2}$

Petunjuk:

Samakan gaya berat dan gaya magnet $F = B i l$, dengan menghitung arus induksi terlebih dahulu.

- (9) (a) 160 v
(b) $t = 2 \text{ s}$
(c) 1280 J

Petunjuk: Sudah jelas.

$$(10) R = 3 \, \Omega$$

$$L = 2 \, H$$

Petunjuk:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= iR - \epsilon \\ &= iR + L \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

Gunakan harga I dan $\frac{di}{dt}$ yang diketahui untuk menyusun dua persamaan dengan dua variabel (R dan L) sehingga besaran-besaran tersebut dapat dihitung.

$$(11) \epsilon(t) = 0,04 (4 - 2t)$$

$$\epsilon(2) = 0,16 \, v$$

Petunjuk: Sudah jelas.

$$(12)(a) -$$

$$(b) n = 600 \text{ lilitan}$$

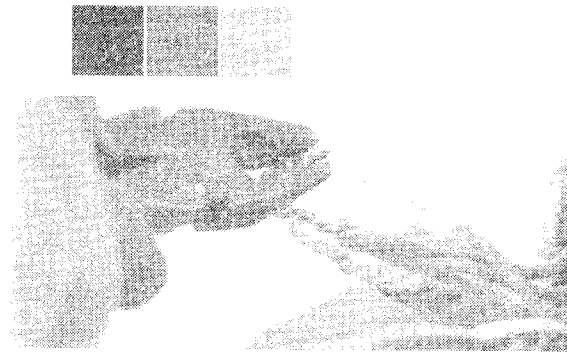
Petunjuk:

Pandanglah ruang di dalam toroida sehingga kumpulan cincin-cincin tipis vertikal dengan tebal dr , tinggi h . Fluks magnet pada cincin berjari-jari r setebal dr adalah:

$$d\Phi = B(r) \cdot h \, dr$$

$B(r)$ menyatakan medan magnet dalam toroida yang berjarak r dari pusat toroida jika toroida dialiri arus i . Selanjutnya hitung Φ_m untuk seluruh ruang di dalam toroida dan tentukan:

$$L \text{ melalui hubungan } L = \frac{\Phi_m}{i}$$



Glosarium

Arus transien	: arus yang bersifat sementara, hanya timbul sebentar yang digunakan untuk mengubah denyut, mengolah denyut dalam pesawat televisi, penundaan waktu, dan sebagainya.
Besaran pokok	: besaran yang satuannya telah ditetapkan terlebih dahulu dan tidak diturunkan dari besaran lain.
Besaran skalar	: besaran yang hanya mempunyai nilai/besarnya saja.
Besaran turunan	: besaran yang dapat diturunkan atau didefinisikan dari besaran pokok.
Besaran vektor	: suatu besaran yang mempunyai nilai (angka) dan arah.
Diamagnetik	: salah satu bentuk magnet yang cukup lemah, dengan pengecualian superkonduktor yang memiliki kekuatan magnet yang kuat.
Dielektrik	: sejenis bahan isolator listrik yang tidak memiliki elektron bebas.
Dipol listrik	: medan listrik yang berasal dari dua buah muatan.

Dipol terinduksi : molekul yang terpolarisasi oleh medan listrik luar yang menghasilkan dipol listrik.

Elektrolit : suatu zat yang larut atau terurai ke dalam bentuk ion-ion.

Elektron bebas : elektron yang tidak terikat.

Feromagnetik : medan magnet yang disebabkan oleh adanya besi bermagnet yang tidak bersangkut paut dengan arus listrik.

Fluks listrik : garis-garis yang menggambarkan adanya medan listrik disekitar muatan listrik.

Fluks magnet : ukuran atau jumlah medan magnet yang melewati luas penampang tertentu; banyaknya garis gaya magnet yang menembus suatu bidang.

Galvanometer : alat pengukur kuat arus yang sangat lemah.

Gaya Lorentz : gaya yang ditimbulkan oleh muatan listrik yang bergerak atau oleh arus listrik yang berada dalam suatu medan magnet.

Gaya magnet : gaya dasar yang terjadi karena gerakan muatan listrik.

Gaya sentripetal : gaya yang membuat benda untuk bergerak melingkar.

Ggl induksi : beda potensial yang timbul pada ujung kumparan.

Hambatan listrik : perbandingan antara tegangan listrik dari suatu komponen elektronik (misalnya resistor) dengan arus listrik yang melewatinya.

Hukum Faraday : hokum yang menyatakan hubungan antara jumlah listrik yang digunakan dengan massa zat yang dihasilkan baik di katode maupun anode pada proses elektrolisis.

Hukum Gauss : hokum yang menjelaskan bagaimana muatan listrik dapat menciptakan dan mengubah medan listrik.

Hukum Ohm : suatu pernyataan bahwa besar arus listrik yang mengalir melalui sebuah penghantar selalu berbanding lurus dengan beda potensial yang diterapkan

Induksi elektromagnetik : peristiwa timbulnya arus listrik akibat adanya perubahan fluks magnetik.

Induksi magnet : kuat medan magnet akibat adanya arus listrik yang mengalir dalam konduktor.

Induktansi : sifat dari rangkaian elektronika yang menyebabkan timbulnya potensial listrik secara proporsional terhadap arus yang mengalir pada rangkaian tersebut.

Induktansi diri : Induktansi yang menyatakan banyak besarnya fluks magnetik yang melalui suatu induktor atau lilitan kawat pada arus tertentu.

Isolator : bahan yang tidak bisa atau sulit melakukan perpindahan muatan listrik; bahan yang tidak dapat menghantarkan arus listrik.

Kapasitas kapasitor : besarnya kapasitas muatan yang tersimpan dalam kapasitor.

Kapasitor : komponen listrik yang digunakan untuk menyimpan muatan listrik.

Keadaan stasioner : rangkaian dengan arus konstan.

Koefisien temperatur : nilai tetap yang berpengaruh terhadap variabel dependent (variable yang dicari pada rumus).

Konduktivitas : ukuran terhadap konsentrasi total elektrolit di dalam air.

Konduktor : bahan yang di dalamnya banyak terdapat elektron bebas mudah untuk bergerak.

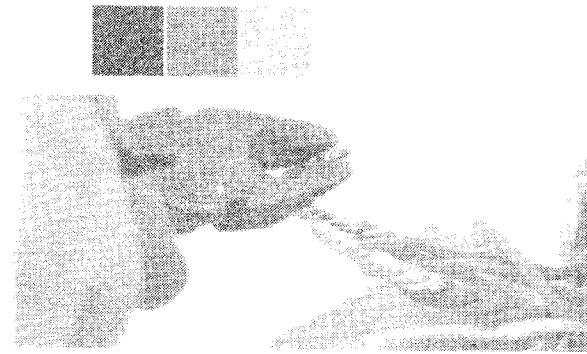
Kuantisasi muatan : semua muatan yang merupakan kelipatan muatan elektron.

Kuat medan listrik : besaran yang menyatakan gaya coulomb per satuan muatan di suatu titik.

Magnet permanen	: magnet yang tidak memerlukan tenaga atau bantuan dari luar untuk menghasilkan daya magnet.
Medan listrik	: efek yang ditimbulkan oleh keberadaan muatan listrik.
Medan magnet	: suatu medan yang dibentuk dengan menggerakkan muatan listrik (arus listrik) yang menyebabkan munculnya gaya di muatan listrik yang bergerak lainnya.
Molekul non-polar	: suatu molekul yang memiliki muatan positif dan negatif pada tempat yang sama, sehingga tidak memiliki dipol.
Molekul polar	: molekul yang muatan positif dan muatan negatif pada strukturnya terdapat pada tempat yang berbeda, sehingga molekul tersebut memiliki dua buah kutub dengan muatan yang berbeda, yang dikenal dengan dipol.
Muatan elementer	: muatan elektron.
Muatan induksi	: muatan yang terdapat di dalam konduktor.
Muatan titik	: suatu muatan hipotetis yang terletak pada suatu titik tunggal dalam ruang.
Paramagnetik	: suatu bentuk magnetisme yang hanya terjadi karena adanya medan magnet eksternal.
Perkalian silang	: perkalian dua buah vektor yang menghasilkan sebuah vektor.
Perkalian titik	: Perkalian dua buah vektor yang menghasilkan sebuah skalar.
Permeabilitas magnetik	: konstanta pembanding antara rapat fluks (B) dengan kuat medan (H) yang dihasilkan magnet.
Permitivitas listrik	: sebuah konstanta yang melambangkan rapatnya fluks elektrostatik dalam suatu bahan bila diberi potensial listrik.

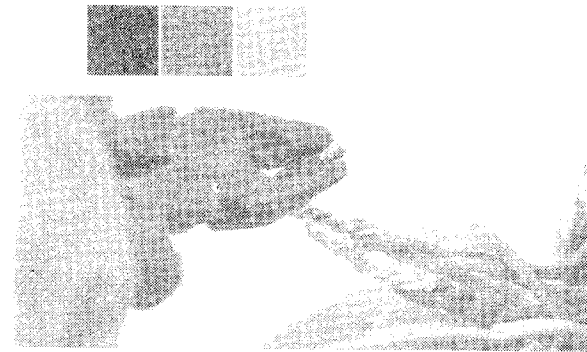
Permukaan ekipotensial	: permukaan di mana semua titik berada pada potensial yang sama.
Potensial listrik	: energi potensial elektrostatik per satuan muatan; besaran skalar yang berkaitan dengan kerja dan energi potensial pada medan listrik.
Rangkaian Paralel	: salah satu rangkaian listrik yang disusun secara berderet (paralel).
Rangkaian Seri	: salah satu rangkaian listrik yang disusun secara sejajar (seri).
Rangkaian tertutup	: rangkaian listrik yang tidak memiliki ujung pangkal; arus listrik hanya dapat mengalir dari potensial tinggi ke potensial rendah atau dari kutub positif ke kutub negatif.
Rapat arus	: aliran muatan pada suatu luas penampang tertentu di suatu titik penghantar.
Rapat energi	: energi per satuan volume.
Resistensi	: kemampuan suatu benda untuk menahan aliran arus listrik.
Resistivitas	: kemampuan suatu bahan untuk mengantarkan arus listrik yang bergantung terhadap besarnya medan listrik dan kerapatan arus.
Solenoida	: kumparan kawat berbentuk tabung panjang dengan lilitan yang sangat rapat.
Spektrometer massa	: alat yang digunakan untuk menentukan massa atom atau molekul.
Suseptibilitas magnetik	: pengukuran yang tidak merusak dan biaya efektif metode penentuan keberadaan besi tanah mineral di sedimen.
Tegangan listrik	: perbedaan potensial listrik antara dua titik dalam rangkaian listrik, dan dinyatakan dalam satuan volt.

- Tetapan waktu : besaran RC yang muncul dalam peristiwa atau gejala peluruhan yang terjadi secara eksponensial.
- Toroida : sebuah solenoida yang dilengkungkan sehingga berbentuk lingkaran kumparan.
- Vektor Negatif : vektor yang besarnya sama tetapi arahnya berlawanan.



Daftar Pustaka

- Bueche, Frederick J. 1990. *Theory and Problems of College Physics*, Mc Graw-Hill Inc.
- Halliday, David and Resnick. 1986. *Physics II*. John Wiley and Sons.
- Kip, Arthur F. 2001. *Fundamentals of Electricity and Magnetism*, John Wiley and Sons.
- Sears, FW. dan Zemansky, MW. 1984. (disadur oleh Ir. Soedarjana dan Drs. Amir Achmad). *Fisika untuk Universitas 1*. Bandung: Penerbit ITB.
- Sutrisno dan Gie, Tan Ik. 1985. *Fisika Dasar seri Listrik dan Magnet*. Bandung: Penerbit ITB, 1985



Tentang Penulis

DR. NANANG ARIF GUNTORO, MSi. Lahir di Magetan, Jawa Timur, pada tanggal 22 Juni 1962. Pendidikan SD sampai SMA ditamatkan di kota kelahirannya. Pendidikan sarjana bidang Pendidikan Fisika diselesaikan tahun 1986 di IKIP Jakarta. Pendidikan pascasarjana jenjang Strata 2 (S2) dengan kajian LASER (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) bidang Ilmu Fisika diselesaikan pada tahun 1994 di UGM, Yogyakarta, dengan memperoleh gelar Magister Sains (MSi). Pendidikan doktoral S3 dengan spesialisasi Rekayasa Plasma diselesaikan pada tahun 2001 di Université Paul Sabatier, Toulouse, Perancis, dengan menyandang gelar Doktor Ilmu Fisika.

Pengalaman mengajar ilmu fisika di pendidikan menengah dimulai sejak tahun 1982 di beberapa SMA negeri maupun swasta dan berbagai bimbingan belajar di Jakarta. Karir di bidang pendidikan tinggi dimulai pada tahun 1987 sebagai dosen tetap pada Jurusan Teknik Elektro IKIP Jakarta (sekarang UNJ). Di samping itu, penulis juga mengajar ilmu fisika di berbagai perguruan tinggi di Jakarta dan program pascasarjana pendidikan IPA UNIB, Bengkulu, sampai sekarang. Beberapa modul dan buku ajar yang telah dihasilkan antara

lun Modul Praktikum Fisika Dasar, Buku Ajar Fisika I (Mekanika, Panas, dan Bunyi), Buku Ajar Fisika II (Listrik dan Magnet), Buku Ajar Fisika III (Fisika Modern). Berbagai penelitian yang dilakukan khususnya tentang teknologi plasma memperoleh hibah dari Ditlitabmas, Dikti, Kendikbud baik hibah bersaing, hibah fundamental, maupun hibah strategi nasional. Dengan jejak rekam penelitian tersebut, penulis terpilih menjadi reviewer penelitian UNJ khususnya bidang sains dan teknologi. Beberapa organisasi profesi dan ilmiah yang diikuti adalah Ikatan Sarjana Pendidikan Indonesia (ISPI), Himpunan Fisika Indonesia (HFI), dan Pole Universitaire Europeande Toulouse (PUET). Aktif menulis untuk publikasi ilmiah nasional dan internasional seperti pada *Journal Physics D: Application Physics*. Seminar ilmiah yang pernah diikuti baik di tingkat nasional maupun internasional seperti di Orléans dan Toulouse, Perancis, serta di Glasgow, Skotlandia.

ngenal GINE dingin dan Pelumasan

► Mesin dan Komponen Utama

► Proses di Mesin

► Proses Terjadinya Pembakaran

► Sistem Pendinginan

dan Pelumasan

► Sistem Bahan Bakar

pada Motor Diesel

